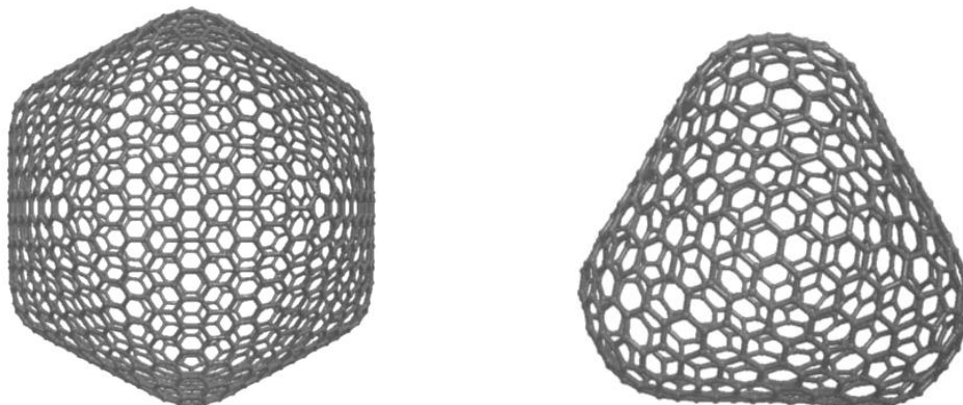


**Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)**

**Задача 4. Симметричные фуллерены:  $C_{20}$ ,  $C_{2000}$  и  $C_{2020}$**



*Рис. 1. Пример молекул гигантских икосаэдрического и тетраэдрического фуллеренов. Общее число атомов углерода в таких молекулах можно записать как  $N_I = 20(n^2 + nm + m^2)$  и  $N_T = 4(n^2 + nm + m^2) - 8$ , соответственно (где  $n$  и  $m$  – некоторые целые неотрицательные числа).*

Молекулы фуллеренов  $C_N$  представляют собой выпуклые многогранники, имеющие только пяти- и шестиугольные грани, в каждой вершине которых находится атом углерода и сходится по три ребра.

1. Для фуллерена  $C_{2020}$  рассчитайте число ребер, пяти- и шестиугольных граней, воспользовавшись теоремой Эйлера для выпуклых многогранников. **(1 балл)**

Рассмотрим далее две симметрии фуллеренов – икосаэдрическую и тетраэдрическую (рис. 1).

2. Для каждой из них определите и выразите через общее число атомов ( $N_I$  и  $N_T$ , соответственно) диапазон возможных значений ( $n \in [n_{\min}, n_{\max}]$ ,  $m \in [m_{\min}, m_{\max}]$ ). **(3 балла)**

Чтобы определить, может ли фуллерен  $C_N$  с общим числом атомов  $N$  принадлежать к заданному типу симметрии, надо записать  $N(n, m)$  для этого типа и затем из диапазона ( $n \in [n_{\min}, n_{\max}]$ ,  $m \in [m_{\min}, m_{\max}]$ ) подобрать решение полученного уравнения в целых числах.

3. Установите возможные типы симметрии для фуллеренов  $C_{20}$ ,  $C_{2000}$  и  $C_{2020}$  и определите соответствующие им значения  $(n, m)$ . Есть ли среди них изомеры<sup>1</sup>? Поясните ход решения. **(4 балла)**

<sup>1</sup>Фуллерены с одинаковым общим числом атомов  $N$ , но разными значениями  $(n, m)$  называются изомерами. Пары типа  $(5,1)$  и  $(1,5)$  в рамках данной задачи изомерами не считаются.

**Всего – 8 баллов**