



Математика для школьников 10 – 11 классов (отборочный этап)
Задача 6. Тетрикс

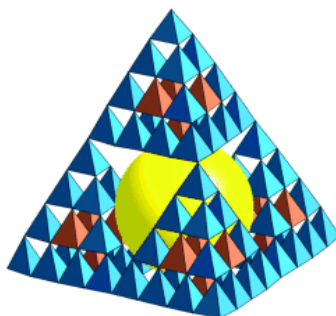


Рис. 1.

Американскими учеными был синтезирован полый кластер $\text{In}_x\text{Cd}_y\text{S}_z$, имеющий форму сложенного из тетраэдров MS_4 тетрикса (тетраэдра Серпинского), схематично представленную на рис. 1 (синим цветом обозначены тетраэдры MS_4 , для которых $\text{M} = \text{In}$, красным – $\text{M} = \text{Cd}$).

1. Определите значения **n** и **m** (см. подсказку) для тетрикса, отвечающего приведенному на рисунке кластеру $\text{In}_x\text{Cd}_y\text{S}_z$, в котором все атомы Cd заменены на In. **(3 балла)**
2. Установите состав этого кластера исходя из принципа его построения. **(5 баллов)**

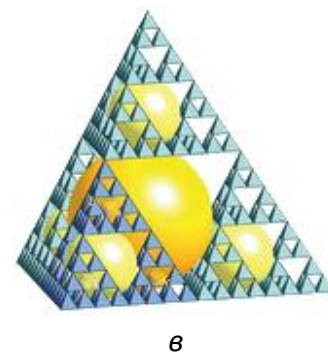
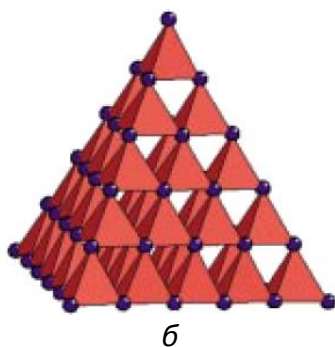


Рис. 2. а) Единичный тетраэдр MS_4 . б) Супертетраэдр T_n . в) Тетраэдр Серпинского $\text{S}_3(\text{T}_2)$. Желтыми сферами отмечены центральная полость кластера, а также еще четыре полости, следующие за ней по размеру.

Подсказка. Супертетраэдр T_n поколения **n** (где **n** – число единичных тетраэдров, приходящееся на ребро T_n) – это структура в форме тетраэдра, составленного из единичных тетраэдров (рис. 2а), пересекающихся по вершинам (рис. 2б). Если единичные тетраэдры представлены MS_4 , то состав такого супертетраэдра будет отвечать формуле

$$\text{M}_{\frac{n^3+3n^2+2n}{6}} \text{S}_{\frac{n^3+6n^2+11n+6}{6}}$$

Тетраэдр Серпинского $\text{Sm}(\text{T}_n)$ поколения **m** (где **m** – общее число шагов усложнения структуры) – это структура, имеющая иерархическую организацию (рис. 2в): на первом шаге для построения $\text{S1}(\text{T}_n)$ четыре T_n складываются в форме супертетраэдра второго поколения, на втором шаге, для построения $\text{S2}(\text{T}_n)$, уже четыре $\text{S1}(\text{T}_n)$ аналогично складываются в форме супертетраэдра второго поколения, и так далее.

Всего – 8 баллов