



Решение задачи 1. Оптическая дисперсия наноплёнки (8 баллов)

1. При облучении пленки наблюдается явление интерференции света.

В отраженном свете 1-ый минимум наблюдается при разности хода, равной половине длины волны. Условие минимума при нормальном падении: $2 \cdot d \cdot n_1 = \frac{\lambda_1}{2}$

Подставив числа, можно найти показатель преломления n_1 на длине волны λ_1 :

$$n_1 = \frac{600}{4 \cdot 80} = 1.875$$

Соседний максимум соответствует разности хода, равной одной длине волны. Условие соседнего максимума принимает вид: $2 \cdot d \cdot n_2 = \lambda_2$

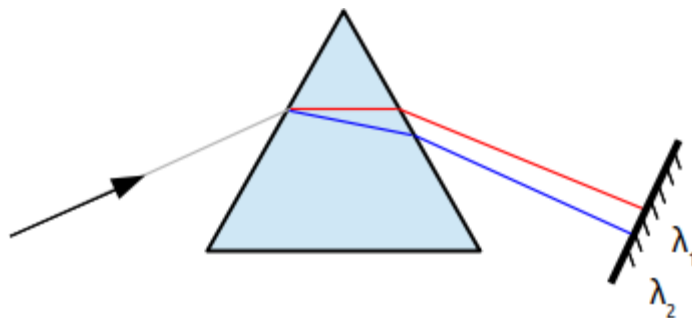
Показатель преломления n_2 на длине волны λ_2 :

$$n_2 = \frac{350}{2 \cdot 80} = 2.1875$$

Оптическая дисперсия

$$\frac{\Delta n}{\Delta \lambda} = \frac{1.875 - 2.1875}{600\text{нм} - 350\text{нм}} = -0.00125\text{нм}^{-1}$$

2. У стекла также отрицательный знак дисперсии. Более коротковолновое излучение (фиолетовое) в призме преломляется сильнее, чем длинноволновое (красное). Чем больше показатель преломления, тем сильнее преломляется луч.



Решение задачи 2. Конденсаторы для наноэлектроники (8 баллов)

Для однородного поля напряжение и напряженность поля связаны линейно.

$$1. \quad U = E_{max} \cdot d_2 = 8 \cdot 10^6 \text{ В/см} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \text{ см} = 1,6 \text{ В}$$

2. По определению ёмкости, связывающей заряд и напряжение на обкладках, а также, используя выражение для ёмкости плоского конденсатора, получаем:

$$q_1 = C_1 \cdot U = \frac{\varepsilon_1 \varepsilon_0 S U}{d_1} = \frac{4 \cdot 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 120 \text{ нм}^2 \cdot 1,6 \text{ В}}{5 \text{ нм}} = 13,5 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} = 1,35 \cdot 10^{-18} \text{ Кл}$$

$$q_2 = C_2 \cdot U = \frac{\varepsilon_2 \varepsilon_0 S U}{d_2} = \frac{24 \cdot 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м} \cdot 120 \text{ нм}^2 \cdot 1,6 \text{ В}}{2 \text{ нм}} = 202,75 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} = 2,02 \cdot 10^{-17} \text{ Кл}$$

Оценка показывает, что такой конденсатор накапливает заряд в единицы и сотни элементарных зарядов.

3. По закону Ома, а также используя связь полного и удельного сопротивления, получаем оценку максимального тока утечки. Со временем заряд на обкладках будет уменьшаться, и ток стремиться к нулю.

$$I_1 = \frac{U}{R_1} = \frac{U \cdot S}{\rho_1 d_1} = \frac{1,6 \text{ В} \cdot 120 \text{ нм}^2}{10^{12} \text{ Ом} \cdot \text{см} \cdot 5 \text{ нм}} = 3,8 \cdot 10^{-18} \text{ А}$$

$$I_2 = \frac{U}{R_2} = \frac{U \cdot S}{\rho_2 d_2} = \frac{1,6 \text{ В} \cdot 120 \text{ нм}^2}{10^{15} \text{ Ом} \cdot \text{см} \cdot 2 \text{ нм}} = 9,6 \cdot 10^{-21} \text{ А}$$

Решение задачи 3. Лазерный нагрев (8 баллов)

С одной стороны, количество тепла можно выразить через массу, удельную теплоёмкость и изменение температуры: $\Delta Q = c m \Delta T = c \cdot S_{\text{пленки}} \cdot d \cdot \rho \cdot \Delta T$

С другой стороны, поглощенная энергия лазерного излучения: $\Delta Q = W \cdot N \cdot \eta$

Приравнивая, получаем:

$$\Delta T = \frac{W \cdot N \cdot \eta}{c \cdot S \cdot d \cdot \rho} = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 0,6}{322 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 400 \cdot 10^{-9} \cdot 5,32 \cdot 10^3} \approx 657 \text{ К}$$

Решение задачи 4. Нанотермометр (8 баллов)

Минимальная температура определяется температурой плавления ртути, поскольку твёрдое тело имеет гораздо меньший объёмный коэффициент термического расширения по сравнению с жидкостью. Следовательно, при температуре ниже 234 К видимых изменений в нанотермометре происходить не будет.

Так как высота столбика ртути, зависящая от температуры, не может превышать длину нанотрубки, то максимальная температура обусловлена термическим расширением ртути. Высота столбика ртути при 293 К в нанотрубке диаметром 8 нм равна

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{m}{\rho} \\
 V_1 &= \pi r^2 h_1 \\
 \frac{m}{\rho} &= \pi r^2 h_1 \\
 h_1 &= \frac{m}{\rho \pi r^2} \\
 h_1 &= \frac{9,2 \cdot 10^{-20} \text{ кг}}{13546 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 3,1416 \cdot \left(\frac{8}{2} \cdot 10^{-9}\right)^2 \text{ м}^2} = 1,35 \cdot 10^{-7} \text{ м} = 135 \text{ нм}
 \end{aligned}$$

Следовательно, максимальная температура равна

$$\begin{aligned}
 V_{\max} &= V_1 (1 + \beta \Delta T) \\
 \Delta T &= \frac{\frac{V_{\max}}{V_1} - 1}{\beta} \\
 \frac{V_{\max}}{V_1} &= \frac{\pi r_1^2 h_{\max}}{\pi r_1^2 h_1} = \frac{h_{\max}}{h_1} \\
 \Delta T &= \frac{\frac{h_{\max}}{h_1} - 1}{\beta} \\
 T_{\max} &= \frac{\frac{h_{\max}}{h_1} - 1}{\beta} + T_1 \\
 T_{\max} &= \frac{\frac{142 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{135 \cdot 10^{-9} \text{ м}} - 1}{1,8 \cdot 10^{-4} \text{ К}^{-1}} + 293 \text{ К} = 581 \text{ К}
 \end{aligned}$$

Рассчитанное значение ниже температуры кипения ртути, поэтому максимальная температура, которую можно измерить, равна 581 К.

Таким образом, рабочий диапазон – от 234 К до 581 К.

Решение задачи 5. Обширные нанотрубки (8 баллов)

Общая площадь поверхности ансамбля S может быть найдена, если известно общее число нанотрубок в ансамбле и площадь поверхности каждой нанотрубки.

Общее число нанотрубок в ансамбле:

$$N = \frac{m_{\text{общ}}}{m_0},$$

где m_0 – масса одной нанотрубки.

Масса m_0 может быть найдена как произведение поверхностной плотности атомов углерода в графене $\rho_{\text{пов}}$ и площади поверхности единичной нанотрубки:

$$m_0 = \rho_{\text{пов}} S_0 = \rho_{\text{пов}} l \pi d$$

Тогда для общей площади поверхности имеем:

$$S = NS_0 = \frac{m_{\text{общ}}}{m_0} S_0 = \frac{m_{\text{общ}}}{\rho_{\text{пов}} S_0} S_0 = \frac{m_{\text{общ}}}{\rho_{\text{пов}}}$$

Видно, что искомая общая площадь S не зависит от площади поверхности каждой нанотрубки (т.е. не зависит от длины и диаметра нанотрубок).

Атомы углерода в графене, как известно, расположены в вершинах правильных шестиугольных ячеек, следовательно:

$$\rho_{\text{пов}} = n_0 m_C = \frac{N_{\text{яч}}}{S_{\text{яч}}} m_C,$$

где $S_{\text{яч}}$ и $N_{\text{яч}}$ – площадь шестиугольной ячейки и число атомов в ней, соответственно, n_0 – поверхностная концентрация атомов.

$$S_{\text{яч}} = \frac{3}{2} \sqrt{3} a^2 \approx 0.0524 \text{ нм}^2$$

$$N_{\text{яч}} = 2$$

(каждый из 6 атомов принадлежит трем соседним шестиугольникам)

Окончательно имеем:

$$\rho_{\text{пов}} = \frac{N_{\text{яч}}}{S_{\text{яч}}} m_C \approx 7.6 \cdot 10^{-4} \text{ г/м}^2$$

$$S = \frac{m_{\text{общ}}}{\rho_{\text{пов}}} = \frac{1 \text{ г}}{7.6 \cdot 10^{-4} \text{ г/м}^2} \approx 1314 \text{ м}^2$$

Решение задачи 6. Карбидизация тонкого слоя (20 баллов)

1. Ионы приобретают кинетическую энергию пропорциональную разности потенциалов: $eU = \frac{mv^2}{2}$, а для однородного поля посередине камеры разность потенциалов в 2 раза меньше.

$$v_{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{eU}{m}} = \sqrt{\frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 20 \cdot 10^3}{12 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}} \approx 399 \text{ км/с}$$

$$v_k = \sqrt{\frac{2eU}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 20 \cdot 10^3}{12 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}} \approx 565 \text{ км/с}$$

2. В сепараторе на ионы действует сила Лоренца $ma = evB \sin \alpha$,

где ускорение $a = \frac{v^2}{b}$.

Магнитное поле

$$B = \frac{mv}{ebs \sin \alpha} = \frac{12 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \cdot 565000}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 40 \cdot 10^{-2} \cdot 1} \approx 176 \text{ мТл}$$

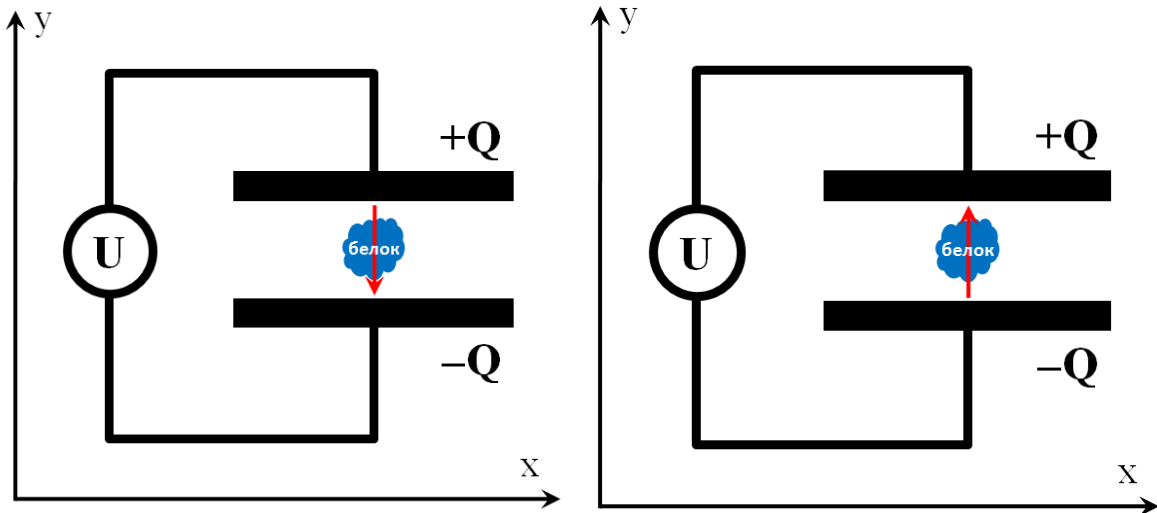
3. Плотность тока выражается, как отношение заряда в единицу времени, прошедшего через площадь S:

$$j = N \cdot \frac{e}{S \cdot \Delta t}$$

$$j = \frac{N \cdot e}{\pi \cdot \left(\frac{D}{2} + h \cdot \operatorname{tg} \varphi\right)^2 \cdot \Delta t} = \frac{10^{18} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{\pi \cdot \left(\frac{0,5}{2} + 5 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 \cdot 1800} \approx 2,87 \text{ мкА/см}^2$$

Решение задачи 7. Наноактюаторы (20 баллов)

1. Движение будет происходить в плоскости ху перпендикулярно оси Ох, как отмечено стрелками. Направление зависит от знака заряда белка: положительно заряженные молекулы белка будут перемещаться от положительно заряженной пластины конденсатора к отрицательно заряженной, а отрицательно заряженные молекулы белка будут перемещаться в противоположном направлении.



2. Молекула белка приходит в движение, если сила воздействия актюатора превышает силу адгезии или хотя бы равна ей. Согласно представленному графику, это происходит при $U = 1,25 \text{ В}$.

$$\begin{aligned}
 F_{\text{актюатора}} &= qE \\
 F_{\text{актюатора}} &= \frac{qU}{d} \\
 F_{\text{актюатора}} &= F_{\text{адгезии}} \\
 F_{\text{адгезии}} &= \frac{qU}{d} \\
 F_{\text{адгезии}} &= \frac{1,44 \cdot 10^{-16} \text{ Кл} \cdot 1,25 \text{ В}}{90 \cdot 10^{-9} \text{ м}} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Н} = 2 \text{ нН}
 \end{aligned}$$

3. Адгезия белка и электронейтральной подложки может быть обусловлена силами Ван-дер-Ваальса, то есть электростатическим притяжением между постоянными или наведёнными диполями (например, вследствие образования водородных связей).
4. По второму закону Ньютона

$$\begin{aligned}
 F &= ma \\
 F &= \frac{qU}{d} - F_{\text{адгезии}} \\
 \frac{qU}{d} - F_{\text{адгезии}} &= ma \\
 a &= \frac{qU}{md} - \frac{F_{\text{адгезии}}}{m}
 \end{aligned}$$

$$L = \frac{at^2}{2}$$

$$t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2L}{\frac{qU}{md} - \frac{F_{\text{адгезии}}}{m}}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 30 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{\frac{1,44 \cdot 10^{-16} \text{ Кл} \cdot 1,5 \text{ В}}{5 \cdot 10^{-19} \text{ кг} \cdot 90 \cdot 10^{-9} \text{ м}} - \frac{2 \cdot 10^{-9} \text{ Н}}{5 \cdot 10^{-19} \text{ кг}}}} = 8,66 \cdot 10^{-9} \text{ с} = 8,66 \text{ нс}$$

Решение задачи 8. Прыгающие наночастицы (20 баллов)

1. При сканировании электронным пучком на единицу поверхности приходится заряд равный:

$$\sigma = \frac{Q}{S} = \frac{I\tau}{l^2} = 0,1 \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$

В результате сканирования поверхность подложки заряжается (отрицательно) с поверхностной плотностью:

$$\sigma_1 = \sigma k_1 = 0,01 \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$$

При этом возникает электростатическое поле с напряженностью:

$$E = \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} \approx 5,7 \cdot 10^8 \text{ В/м}$$

Наночастица также накапливает отрицательный заряд, пропорциональный ее площади поперечного сечения и равный:

$$q = \sigma k_2 \pi r^2 \approx 10^{-17} \text{ Кл}$$

Сила электростатического отталкивания между заряженной подложкой (которую приближенно можно считать бесконечной плоскостью) и одноименно заряженной наночастицей (приближенно – точечный заряд) равна:

$$F = Eq \approx 5,7 \cdot 10^{-9} \text{ Н} = 5,7 \text{ нН}$$

Поскольку эта сила оказалась меньше, чем Ван-дер-Ваальсова сила притяжения, наночастица останется на своем месте

2. Сила тяжести для столь малых частиц составляет $\sim 10^{-18}$ Н, что много меньше, чем Ван-дер-Ваальсова сила притяжения и сила электростатического отталкивания, так что ей можно пренебречь.
3. В качестве решения проблемы спонтанных перемещений исследуемых наночастиц в результате зарядки во время облучения электронным пучком одним из возможных подходов является использование проводящей подложки, которую предварительно заземляют для обеспечения стекания заряда и исключения эффекта ее зарядки.