



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 10. Взрыв нанокластера

1. Чтобы разрушить частицу, необходимо к разным ее частям приложить противоположно направленные силы, которые совершат работу по созданию новой поверхности. При ионизации частицы приобретают электрический заряд, а возникающая при этом сила кулоновского отталкивания между одноименными зарядами и будет той силой, которая при достаточно большом заряде может совершить работу по разделению капли на фрагменты.

2. Если разделить каплю радиуса R на n равных частей, то суммарный объем капель не изменится: $V = nV_2$ и значит $R_2 = \frac{R}{\sqrt[3]{n}}$

Поверхностная энергия системы при этом увеличивается

$$\text{от } E_s = \sigma S = \sigma 4\pi R^2 \text{ до } E_{s2} = n\sigma 4\pi \left(\frac{R}{\sqrt[3]{n}}\right)^2$$

Энергия электрического поля системы при этом уменьшается

$$\text{от } E = \frac{q^2}{2C} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} \text{ до } E_2 = n \frac{q_2^2}{8\pi\epsilon_0 R_2} = \frac{\sqrt[3]{n}}{n} \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R}$$

Очевидно, при разделении капли обязан соблюдаться **закон сохранения энергии**, вследствие которого итоговое число фрагментов при заданном заряде капли будет ограничиваться сверху (для упрощения считаем, что капля и ее фрагменты после разделения покоятся):

$$E_s + E > E_{s2} + E_2$$

$$\sigma 4\pi R^2 + \frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} > n\sigma 4\pi \left(\frac{R}{\sqrt[3]{n}}\right)^2 + \frac{nq^2 \sqrt[3]{n}}{n^2 8\pi\epsilon_0 R}$$

$$\frac{q^2}{8\pi\epsilon_0 R} (1 - n^{-2/3}) > 4\pi R^2 \sigma (n^{1/3} - 1)$$

$$\frac{q}{e} > \frac{4\pi R^{3/2}}{e} \sqrt{2\sigma\epsilon_0 \frac{n^{1/3} - 1}{1 - n^{-2/3}}}$$

Если рассматривать деление капли, потерявшей q/e электронов на 2, 3, 4 .. n частей, то (обозначим правую часть неравенства как $f(n)$) возможны 3 варианта:

- 1) $160 < f(2)$ – заряд 160+ недостаточен даже для деления капли на 2;
- 2) $f(n') < 160 < f(n'+1)$ – заряда хватает, чтобы разделить каплю на n' частей, но не хватит для деления на $n'+1$ часть (где n' меньше заданного q/e);
- 3) $160 > f(q/e)$ – заряда хватает, чтобы полностью разделить каплю на 160 частей.

Подставляя указанные в условии величины параметров и справочные константы:

$$160 > \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (3 \cdot 10^{-9})^{3/2}}{1,60 \cdot 10^{-19}} \sqrt{2 \cdot 1,8,85 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{n^{1/3} - 1}{1 - n^{-2/3}}}$$

$$160 > 54,2 \cdot \sqrt{\frac{n^{1/3} - 1}{1 - n^{-2/3}}}$$

Решать такое неравенство удобно графически либо методом перебора (можно еще догадаться искать число n среди делителей 160).

n	2	3	4	5	...	160
q/e	45,5	50,8	53,6	56,4	...	116,2 (<160)

Таким образом, мы видим, что реализуется вариант (3) – полное разделение заряда капли на 160 частей. Диаметр итоговых нанокластеров-капель составит $D_2 = 6/\sqrt[3]{160} \approx \underline{\underline{1,1}}$ нм.

Изначально в задаче предполагалась наночастица не диаметром, а радиусом 6 нм, которая, согласно такой же логике решения, должна делиться на 5 частей радиусом 3,5 нм.