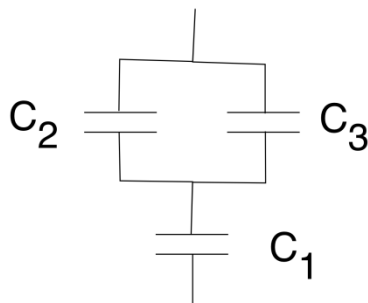




Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Решение задачи 8. Наносенсор на вирусы

1. Чувствительным является только верхний слой, причем его крупные поры, т.к. только туда могут попасть вирусные частицы. Малые поры диаметром 5 нм не позволяют вирусам проникать внутрь нижнего слоя, поэтому он нечувствительный. Для того, чтобы сделать сенсор селективным к определенным видам вирусов, можно, например, иммобилизовать (присоединить к поверхности) специальные антитела – биологические молекулы которые будут связываться с рецепторами определенных вирусов.
2. Рассмотрим сенсорный элемент как три конденсатора: параллельно соединенные, которые соответствуют кремниевому (C_2) и воздушному (C_3) верхним слоям, в свою очередь последовательно соединенные с нижним слоем (C_1).



При адсорбции вирусов изменяется только C_3 . Диэлектрическую проницаемость для C_1 и C_2 примем равной $(12 + 1) / 2 = 6.5$, учитывая, что для кристаллического кремния данная величина равна 12. Теперь рассчитаем общую емкость всего сенсорного элемента:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3}. \quad (1)$$

Емкости каждого конденсатора определяются по формуле для плоского конденсатора:

$$C_{1,2,3} = \epsilon_{1,2,3} \epsilon_0 \frac{S}{d_{1,2,3}}. \quad (2)$$

После адсорбции вирусов емкость C_3 изменится на C'_3 , соответственно и общая емкость будет C' вместо C . Найдем отношение:

$$\frac{C}{C'} = \frac{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_3}}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C'_3}} = \frac{(C_2 + C_3)(C_2 + C'_3) + C_1(C_2 + C'_3)}{(C_2 + C_3)(C_2 + C'_3) + C_1(C_2 + C_3)} \quad (3)$$

$$\frac{C}{C'} = \frac{(C_2 + C_3)(C_2 + C_3') + C_1(C_2 + C_3' + C_3 - C_3)}{(C_2 + C_3)(C_2 + C_3') + C_1(C_2 + C_3)} = 1 + \frac{C_1(C_3' - C_3)}{(C_2 + C_3)(C_2 + C_3') + C_1(C_2 + C_3)} \quad (4)$$

Допустим, что C_3' близко к C_3 (позже увидим, что это действительно так), а также, что $C_1 \ll C_2, C_3$. Тогда выражение упростится:

$$\frac{C}{C'} = 1 + \frac{C_1(C_3' - C_3)}{(C_2 + C_3)^2} = 1 + \frac{C_1 \Delta C_3}{(C_2 + C_3)^2} \quad (5)$$

где ΔC_3 – разница C_3 до и после адсорбции вирусов. Отсюда относительное изменение общей емкости δC (безразмерная величина):

$$\delta C = \frac{C_1 \Delta C_3}{(C_2 + C_3)^2} \quad (6)$$

Для того, чтобы рассчитать ΔC_3 , найдем суммарный объем вирусов в капле:

$$V = V_{drop} \cdot C \frac{4}{3} \pi r^3 = 0.1 \cdot 10^6 \cdot 4.2 \cdot (5 \cdot 10^{-8})^3 = 5.2 \cdot 10^{-17} \text{ м}^3 \quad (7)$$

Объем пор (крупных, доступных для вирусов) составляет:

$$V_0 = d_2 S P = 0.5 \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-4} \cdot 0.5 = 2.5 \cdot 10^{-9} \text{ м}^3 \quad (8)$$

Таким образом, домножая фактор заполнения (отношение объемов) на диэлектрическую проницаемость самих вирусов, получим:

$$\Delta C_3 = \epsilon_0 \frac{S}{d_2} \frac{V}{V_0} \epsilon_v = \epsilon_0 S \frac{2 \cdot 10^{-8} \cdot 75}{0.5 \cdot 10^{-6}} = \epsilon_0 S \cdot 3 \quad (9)$$

Найдем также выражения для C_1, C_2 и C_3 .

$$C_1 = \epsilon_0 S \frac{6.5}{10^{-4}} = \epsilon_0 S \cdot 6.5 \cdot 10^4. \quad (10)$$

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{S}{25} \frac{6.5}{10^{-7}} = \epsilon_0 S \cdot 6.5 \cdot 10^6. \quad (11)$$

$$C_3 = \epsilon_0 \frac{S}{25} \frac{1}{10^{-7}} = \epsilon_0 S \cdot 10^6. \quad (12)$$

Отсюда δC :

$$\delta C = \frac{6.5 \cdot 10^4 \cdot 3}{(7.5 \cdot 10^6)^2} = 3.5 \cdot 10^{-9} \quad (13)$$

Частота колебательного контура будет определяться наименьшей емкостью из последовательно включенных, т.е. C_1 . Таким образом:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}} = \frac{1}{6.3\sqrt{0.5 \cdot 10^{-6} \cdot 6.5 \cdot 10^4 \cdot 8.82 \cdot 10^{-12} \cdot 10^{-4}}} = \frac{1}{6.3 \cdot 5.3 \cdot 10^{-9}} = 3 \cdot 10^7 = 30 \text{ МГц} \quad (14)$$

Измерение частоты будет связано с изменением δC , которое в силу малости и извлечения корня будет умножаться на 0.5:

$$\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}, \quad x \ll 1 \quad (15)$$

Отсюда искомое изменение частоты:

$$\delta f = f \frac{\delta C}{2} = 5.25 \cdot 10^{-2} \text{ Гц.} \quad (16)$$