



Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 3. Аэрогель

1.

1) По определению, удельная площадь поверхности равна

$$S_{уд} = \frac{S_x}{m} = \frac{S_x}{\rho_x V_x},$$

где S_x – площадь поверхности твердой фазы, $m = m_{ag} = m_x$ – масса аэрогеля (т.к. ρ_{ag} превышает ρ_x в 66 раз, то массой воздуха в объеме аэрогеля можно пренебречь), а V_x – объем твердой фазы.

Для бесконечно длинного цилиндра ($h \gg r$) получаем

$$S_{уд} = \frac{2\pi r^2 + 2\pi r h}{\pi r^2 h \rho_x} \approx \frac{2}{r \rho_x},$$

тогда плотность твердой фазы составляет

$$\rho_x = 2/(r S_{уд}) = 2/(2,2 \cdot 10^{-7} \cdot 343 \cdot 10^4) = \underline{2,65} \text{ г/см}^3.$$

2) Плотность $\rho_x = 2,65 \text{ г/см}^3$ соответствует диоксиду кремния.

3) Объемная доля воздуха составляет

$$\omega = \frac{V_e}{V_{ag}} \cdot 100\% = \frac{V_{ag} - V_x}{V_{ag}} \cdot 100\% = \frac{m/\rho_{ag} - m/\rho_x}{m/\rho_{ag}} \cdot 100\% = \frac{\rho_x - \rho_{ag}}{\rho_x} \cdot 100\%,$$

$$\omega = \frac{2,65 - 66 \cdot 0,0012}{2,65} \cdot 100\% \approx \underline{97\%}$$

2. На куб со стороной A нм в среднем приходится $\pi r^2 A$ нм² твердой фазы.

Это составляет $(1 - \omega/100)$ от его объема: $\pi r^2 A = (1 - \omega/100)A^3$.

Тогда $A = \sqrt{\pi r^2 / (1 - 0,01\omega)} = \sqrt{3,14 \cdot 2,2^2 / (1 - 0,01 \cdot 97)} \approx 22,6$ нм и среднее расстояние между цилиндрами $d = A - 2r = 22,6 - 2 \cdot 2,2 = \underline{18,2}$ нм.