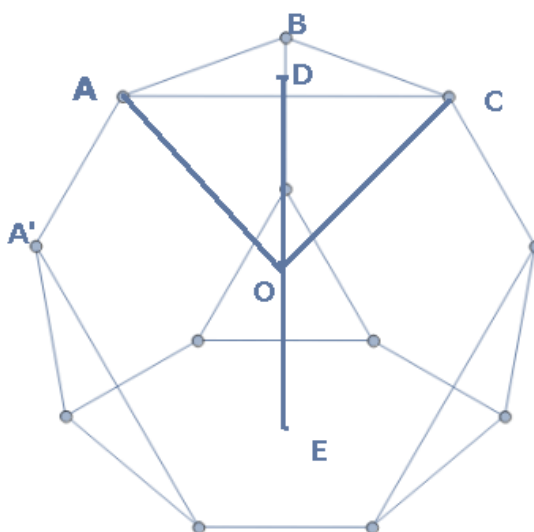




Математика для школьников 10 – 11 классов (отборочный этап) Решение задачи 3. Неканонический фуллерен

1. $4 \cdot (30 + 18/2)$ (шестиугольные грани) + $4 \cdot (6 + 12/2)$ (треугольные грани) = 204.
 $4 \cdot (16 + 3/2)$ (шестиугольные грани) + $4 \cdot (4 + 3/2)$ (треугольные грани) = 92.
2. Центры пятиугольников образуют усеченный тетраэдр.
3. Рассмотрим многогранник, вершины которого лежат в центрах пятиугольников (обозначим его как **X**). Для решения задачи сделаем в нем некоторые дополнительные построения: проведем отрезок **DE**, соединяющий центр тяжести ΔABC с центром тяжести противоположащего ему шестиугольника:



Радиус сферы, описанной вокруг него, равен длине отрезка **OA** (см. рис.). Для нахождения этой величины рассмотрим прямоугольный ΔAOD и рассчитаем длины его катетов исходя из известных нам значений – длин ребер **X**.

Длина ребра треугольной грани **X** составляет **AB** = **a** = $6 \cdot 0,14 = 0,84$ нм (шесть длин связей С–С, две стороны правильного шестиугольника и две больших диагонали), длина малого ребра шестиугольной грани **X** составляет **AA'** = **b** = $3 \cdot 0,14 = 0,42$ нм (три длины связи С–С, сторона правильного шестиугольника и его большая диагональ).

Тогда отрезок **AD** равен радиусу окружности, описанной вокруг ΔABC :

$$AD = \frac{\sqrt{3}}{3} a = \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 0,84 = 0,49 \text{ нм.}$$

Многогранник **X** можно представить как тетраэдр **Y** с ребром **c** = $2a + b = 2,1$ нм, от которого отсеки четыре тетраэдра **Z** с ребром **a**. Следовательно, высоту **X** можно вычислить как разность высот **Y** и **Z**:

$$DE = \sqrt{2/3} \times c - \sqrt{2/3} \times a = \sqrt{2/3} (2,1 - 0,84) = 1,03 \text{ нм.}$$

В то же время, длина отрезка **OE** равна радиусу сферы, вписанной в **Y** (**O** – точка, равноудаленная от шестиугольных граней **X**)

$$OE = \frac{c}{\sqrt{24}} = \frac{2,1}{\sqrt{24}} = 0,43 \text{ нм.}$$

Тогда **OD** = **DE** – **OE** = 1,03 – 0,43 = 0,6 нм.

Рассчитаем **AO** по теореме Пифагора:

$$AO = \sqrt{AD^2 + OD^2} = \sqrt{0,49^2 + 0,6^2} = 0,77 \text{ нм.}$$

Следовательно, размер **X** можно оценить как **2AO** = 1,54 нм.