

Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 10. Закрытые углеродные нанотрубки

1. Рис. 2а условия: «шапочка» (1, 0) => ЗУНТ-5 (5, 0), зигзагообразная.

Рис. 2б условия: «шапочка» (3, 1) => ЗУНТ-5 (3·5, 1·5) или (15, 5), хиральная.

В общем виде, «шапочка» (x, y) => нанотрубка (5x, 5y).

2. Треугольник со стороной (x, y) имеет площадь

$$S_{(x,y)} = 0,5(a\sqrt{3})^2(x^2 + xy + y^2)\sin 60^\circ,$$

а площадь всей «шапочки» составляет

$$S_{\text{ш}} = 5 \cdot 0,5(a\sqrt{3})^2(x^2 + xy + y^2)\sin 60^\circ.$$

В свою очередь, на один атом углерода приходится площадь

$$S_C = 0,5(a\sqrt{3})^2 \sin 60^\circ.$$

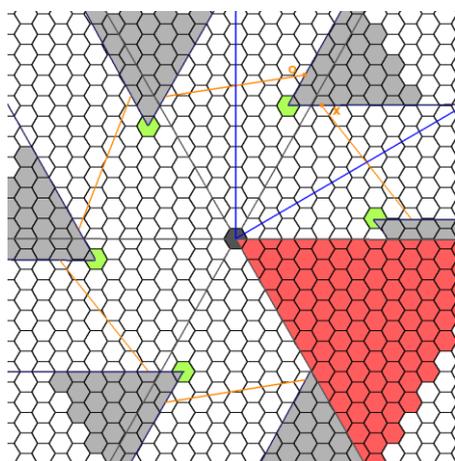
Тогда общее число атомов в шапочке:

$$N = \frac{S_{\text{ш}}}{S_C} = \frac{5 \cdot 0,5(a\sqrt{3})^2(x^2 + xy + y^2)\sin 60^\circ}{0,5(a\sqrt{3})^2 \sin 60^\circ} = 5(x^2 + xy + y^2).$$

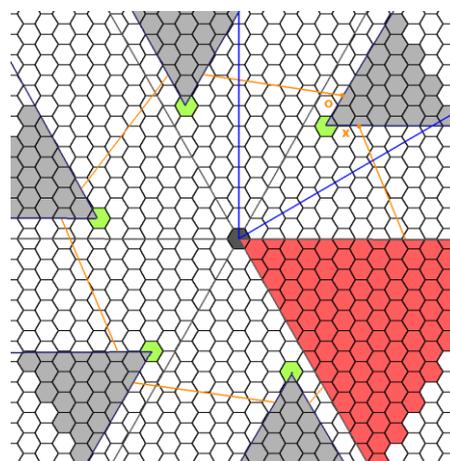
Проверим по рис. 2а условия:

$$N_{(1,0)} = 5(1^2 + 1 \cdot 0 + 0^2) = 5 - \text{совпадает с разверткой.}$$

3. «Шапочка» (3, 5) => нанотрубка (15, 25).



(3, 5)



(5, 3)

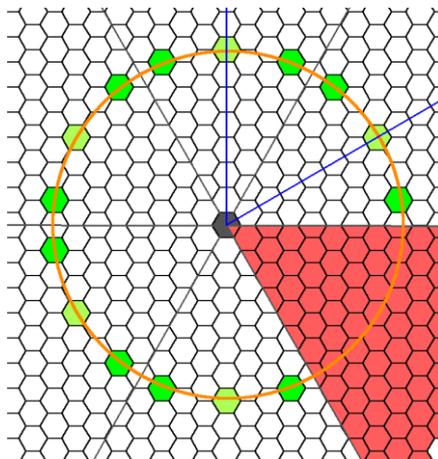
Диаметр ЗУНТ-5 составляет

$$D = a\sqrt{3}/\pi\sqrt{n^2 + nm + m^2} = 0,077\sqrt{n^2 + nm + m^2} \text{ нм.}$$

Переходим от (n, m) к (x, y) :

$$D = 0,077 \cdot 5\sqrt{x^2 + xy + y^2} = 0,385\sqrt{x^2 + xy + y^2} \text{ нм.}$$

$$D(3, 5) = 0,385 \cdot \sqrt{49} = 0,385 \cdot 7 = 2,695 \text{ нм.}$$



Чтобы найти нанотрубку того же диаметра, необходимо найти ЗУНТ-5 с таким же значением величины

$$k = x^2 + xy + y^2,$$

то есть, надо построить окружность радиуса $a\sqrt{3}\sqrt{k}$ с центром в начале координат «шапочки», тогда центры шестиугольников, в которых следует удалить 60° сектора, будут лежать на этой окружности. При таком подходе для любой ЗУНТ-5, кроме зубчатых, будет найдена трубка $D(y, x) = D(x, y)$. Но это, как можно видеть на рис. выше, одна и та же трубка. Таким образом, ЗУНТ-5, отвечающая «шапочке» $(3, 5)$, имеет еще один вариант – $(7, 0)$.