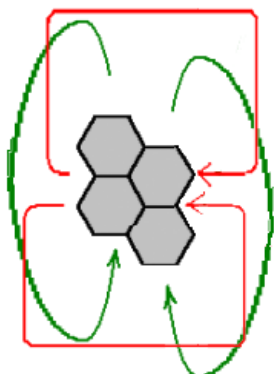
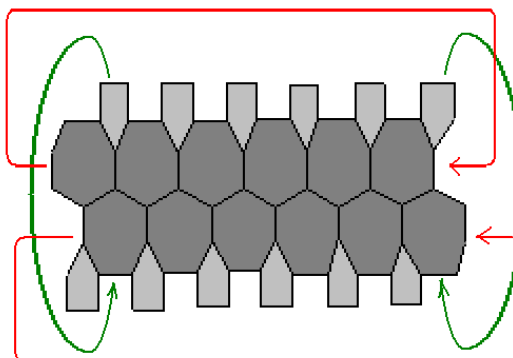


Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 8. Наноторы из нанотрубок: от больших к самому маленькому



(1)



(2)

1.

- 1) Каждая шестиугольная грань имеет 6 вершин, но каждая вершина принадлежит одновременно трем граням: $V = n = 6/3m = 2m$.
- 2) Каждая шестиугольная грань имеет 6 ребер, но каждое ребро принадлежит одновременно двум граням: $E = 6/2m = 3m$.
- 3) Подставляя полученные ранее величины, получаем $\chi = V - E + F = 2m - 3m + m = 0$. (Сравните с $\chi = 2$ для выпуклых многогранников, в частности, для фуллеренов).

2. Запишем общее число граней $F = F_5 + F_6 + F_7$.

Тогда, аналогично п.1: $E = 5F_5/2 + 6F_6/2 + 7F_7/2$ и $n = V = 5F_5/3 + 6F_6/3 + 7F_7/3$.

Запишем выражение, описывающее Эйлерову характеристику для тора:

$$\begin{aligned}
 5F_5/3 + 6F_6/3 + 7F_7/3 - (5F_5/2 + 6F_6/2 + 7F_7/2) + F_5 + F_6 + F_7 &= 0 \\
 5F_5/3 + 2F_6 + 7F_7/3 - 2,5F_5 - 3F_6 - 3,5F_7 + F_5 + F_6 + F_7 &= 0 \\
 5F_5/3 + 7F_7/3 - 2,5F_5 - 3,5F_7 + F_5 + F_7 &= 0 \\
 10F_5 + 14F_7 - 15F_5 - 21F_7 + 6F_5 + 6F_7 &= 0 \\
 F_5 - F_7 &= 0.
 \end{aligned}$$

Таким образом, число шестиугольных граней может быть произвольным, ограничений на него не накладывается, число пятиугольников равно числу семиугольников.

3.

- 1) Тип (1). Чтобы склейка была ровной, число шестиугольников в «выкройке» по каждому из направлений должно быть четным. Таким образом, минимальное число шестиугольников – 4, тогда число вершин $V = 2F_6 = 8$. Отметим, что в реальности такой тор не может существовать из-за огромных искажений С-С связей. Развертку см. рисунок в начале.

- 2) Тип (2). Шесть «удаляемых» сегментов дают нам $F_5 = F_7 = 6 \cdot 2 = 12$ граней каждого типа. Тогда $V = 5 \cdot 12/3 + 6F_6/3 + 7 \cdot 12/3 = 48 + 2F_6$. Наименьшее число шестиугольных граней равно нулю, тогда число атомов углерода составит $n = 5 \cdot 12/3 + 7 \cdot 12/3 = 48$. Таким образом, минимальный нанотор без искажений связей имеет формулу C_{48} и состоит целиком из 12 пятиугольных и 12 семиугольных граней. Очевидно, что семиугольные грани находятся «внутри» бублика, а пятиугольные – «снаружи», следовательно, комбинируя их можно построить развертку (см. рисунок в начале).