



**Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)**  
**Решение задачи 6. Канаты из нанотрубок**

1. Максимальная масса, которую могут выдержать канаты, складывается из массы поднимаемого груза  $m_1$ , кабины лифта  $m_2$  и массы самих канатов  $m_3$ :

$$m = m_1 + m_2 + m_3.$$

По условию максимально допустимое механическое напряжение ограничивается 2% от предела прочности на разрыв:

$$\sigma_{\max} = \frac{F_{\text{тяж}}}{S} = \frac{2}{100} \sigma_0,$$

где  $\sigma_{\max}$  – максимально допустимое механическое напряжение ( $\text{Н/м}^2$ ),  $\sigma_0$  – предел прочности на разрыв ( $\text{Н/м}^2$ ),  $F_{\text{тяж}} = (m_1 + m_2 + m_3)g$  – сила тяжести, действующая на лифт с грузом ( $\text{Н}$ ),  $S = 4S_1$  – суммарная площадь поперечного сечения всех четырёх канатов ( $\text{м}^2$ ),  $S_1$  – площадь поперечного сечения одного каната ( $\text{м}^2$ ).

Следовательно,

$$\sigma_0 = \frac{50(m_1 + m_2 + m_3)g}{4S_1}$$

$$m_1 = \frac{4S_1\sigma_0}{50g} - m_2 - m_3$$

Поскольку

$$m_3 = \rho V = 4S_1 L \rho,$$

где  $V$  – объём четырёх канатов ( $\text{м}^3$ ),  $L$  – длина каната ( $\text{м}$ ),  $\rho$  – его плотность ( $\text{кг/м}^3$ ), то

$$m_1 = \frac{4S_1\sigma_0}{50g} - m_2 - 4S_1 L \rho$$

$$m_1 = \frac{4 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 0,7 \cdot 10^9 \text{ Па}}{50 \cdot 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2}} - 500 \text{ кг} - 4 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 30 \text{ м} \cdot 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 933 \text{ кг}.$$

2. При замене материала каната со стали на волокна из нанотрубок необходимо учесть два фактора: увеличение предела прочности и уменьшение массы (плотности) канатов. Для этого из полученного ранее выражения для  $m_1$  выразим  $S_1$ :

$$m_1 = \frac{4S_1\sigma_0}{50g} - m_2 - 4S_1 L \rho$$

$$S_1 = \frac{25g(m_1 + m_2)}{2\sigma_0 - 100gL\rho}$$

$$S_1 = \frac{25 \cdot 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot (933 \text{ кг} + 500 \text{ кг})}{2 \cdot 30 \cdot 10^9 \text{ Па} - 100 \cdot 9,8 \frac{\text{М}}{\text{с}^2} \cdot 30 \text{ м} \cdot 1300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \approx 6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 = 6 \text{ мм}^2$$

Таким образом, площадь поперечного сечения каната из углеродных нанотрубок меньше площади поперечного сечения стального каната в

$$\frac{S_{\text{сталь}}}{S_{\text{нанотрубки}}} = \frac{3 \text{ см}^2}{6 \text{ мм}^2} = \frac{3 \cdot 100 \text{ мм}^2}{6 \text{ мм}^2} = 50 \text{ раз.}$$

3. Масса конструкции изменится на разность масс стальных канатов и канатов из углеродных нанотрубок, то есть уменьшится на

$$\begin{aligned} \Delta m &= m_{\text{сталь}} - m_{\text{нанотрубки}} \\ \Delta m &= 4S_{1, \text{ сталь}} L \rho_{\text{сталь}} - 4S_{1, \text{ нанотрубки}} L \rho_{\text{нанотрубки}} \\ \Delta m &= 4 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 30 \text{ м} \cdot 7800 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} - 4 \cdot 6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \cdot 30 \text{ м} \cdot 1300 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \approx 281 \text{ кг} - 1 \text{ кг} = 280 \text{ кг.} \end{aligned}$$