



Математика для школьников 10 – 11 классов (отборочный этап) Решение задачи 5. В поисках нанотрубки

1.

- 1) Найдем, взаимосвязь между диаметром и индексами хиральности, (n, m) .

По условию, отрезок **OX** равен длине окружности УНТ, следовательно, ее диаметр можно найти по формуле **$D = OX/\pi$** .

В свою очередь, длина отрезка **OX**, по теореме косинусов, составляет

$$OX^2 = (nr)^2 + (mr)^2 - 2nr \cdot mr \cdot \cos(120^\circ) = r^2(n^2 + m^2 - 2nm(-0,5)) = r^2(n^2 + nm + m^2),$$

где **r** – длина единичного отрезка, равного расстоянию между центрами соседних шестиугольников:

$$r = 2a \cos(30^\circ) = a\sqrt{3} = 0,14\sqrt{3}.$$

Следовательно, диаметр УНТ можно рассчитать по формуле

$$D = \frac{0,14\sqrt{3}}{\pi} \sqrt{n^2 + nm + m^2} = 0,077186 \sqrt{n^2 + nm + m^2}$$

То есть,

$$n^2 + nm + m^2 = \left(\frac{D}{0,077186} \right)^2.$$

Тогда

$$D = 2 \text{ нм}, n^2 + nm + m^2 = 671,4,$$

$$D = 3 \text{ нм}, n^2 + nm + m^2 = 1510,6.$$

Таким образом, все значения пар (n, m) (таких, что $n \geq m$), должны удовлетворять условию

$$672 \leq n^2 + nm + m^2 \leq 1510.$$

- 2) Минимальное значение индекса **n** соответствует случаю **m = n** (для одного и того же диаметра УНТ величина индексов хиральности тем меньше, чем ближе их значения друг к другу) и $n^2 + nm + m^2 \geq 672$ (минимальный диаметр):

$$n^2 + n \cdot n + n^2 \geq 672$$

$$n \geq 14,97$$

Тогда

$$n_{\min} = 15.$$

- 3) Максимальное значение индекса n соответствует случаю $m = 0$ (для одного и того же диаметра УНТ величина одного из индексов хиральности тем больше, чем ближе значение второго к нулю) и $n^2 + nm + m^2 \leq 1510$ (максимальный диаметр):

$$n^2 + n \cdot 0 + 0^2 \leq 1510$$

$$n \leq 38,86$$

Тогда

$$n_{\max} = 38.$$

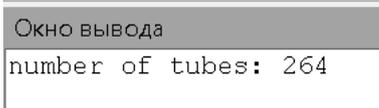
2. Очевидно, что нахождения всех пар индексов хиральности (n, m) , удовлетворяющих условию, необходимо осуществить перебор всех возможных значений выражения $n^2 + nm + m^2$ в цикле по n от n_{\min} до n_{\max} и во вложенном цикле по m от 0 до n , и посчитать, сколько из них удовлетворяют условию $672 \leq n^2 + nm + m^2 \leq 1510$.

Текст программы на языке Pascal

```
var
  n, m, d, tubes: integer;

begin
  tubes := 0;
  for n := 15 to 38 do
    begin
      for m := 0 to n do
        begin
          d := n*n + n*m + m*m;
          if (d >= 672) and (d <= 1510) then
            tubes := tubes + 1;
          end;
        end;
      writeln ('number of tubes: ', tubes);
    end.
```

Всего 264 УНТ.



Окно вывода
number of tubes: 264