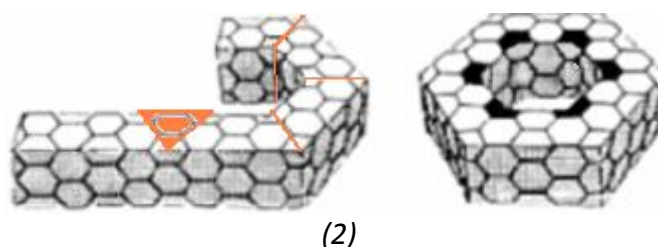
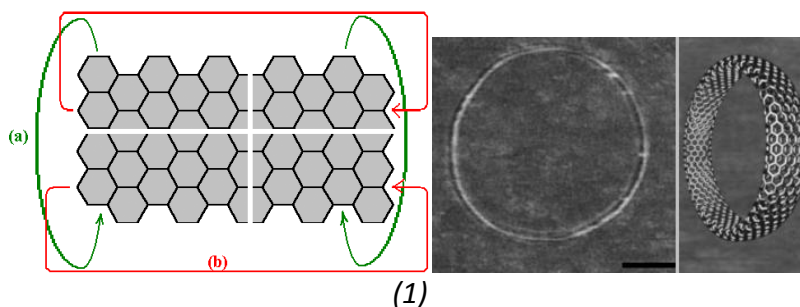


## Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

### Задача 8. Наноторы из нанотрубок: от больших к самому маленькому



Если вырезанную из листа графена фигуру (рис. 1) свернуть и затем склеить по горизонтальному «шву» как показано на рис. 1 (а), то мы получим углеродную нанотрубку. Сгибая эту трубку и склеивая ее торцы (рис. 1 (б)), мы получаем углеродный нанотор, состоящий исключительно из шестиугольных граней.

Для любых торов величина  $\chi = V - E + F$  (где  $V$ ,  $F$ ,  $E$  – количество вершин, граней и ребер, соответственно), называемая Эйлеровой характеристикой, является постоянной.

1. Допустим, нанотор (1) содержит  $m$  шестиугольников. Рассчитайте, сколько вершин  $n$  и ребер  $E$  он имеет. **(1 балл)** Найдите  $\chi$  для тора. **(1 балл)**
2. Выведите формулу, описывающую в общем виде зависимость  $n$  для произвольного нанотора, содержащего пяти-, шести- и семиугольные грани, от числа граней каждого типа. Основываясь на полученном значении  $\chi$ , определите, существуют ли для наноторов (как в случае фуллеренов) ограничения на количество нешестиугольных граней? **(2 балла)**

Хотя при получении нанотора (1) склейка (а) листа графена в нанотрубку не меняет длины ребер в шестиугольниках, склейка (б) невозможна без их искажения. Однако, если из нанотрубки удалить  $b$  сегментов, как показано на рис. 2, то можно получить тор (нанотор (2)) без искажений длин ребер. При этом в местах удаления сегментов образуются пяти- и семиугольники, число которых будет постоянно для всех наноторов такого типа (см. задачу, [«Углеродный нанобублик»](#)).

3. Установите формулы (число атомов углерода) самых маленьких торов первого и второго типов. **(2 балла)** Постройте их развертки на плоскости (как показано на рис. 1). **(4 балла)**

**Всего – 10 баллов**