Математика для школьников 10 – 11 классов (отборочный этап)
Решение задачи 4. Конкурирующие штаммы

Для начала выведем в общем виде зависимость числа болеющих **M** от времени **t**:

В рамках рассматриваемой модели общее число людей, уже столкнувшихся с этим заболеванием, растет как геометрическая прогрессия, в которой общее число членов составляет (**n** + 1), где **n** = **t**/**T**.

Тогда **M**(**n**) – это (**n** + 1)-й член данной прогрессии:

M(0) = **Y** – число болеющих в начальный момент наблюдения.

$$M(1) = Y \cdot R = YR$$

$$M(2) = Y \cdot R \cdot R = YR^2$$

…

$$M(n) = YR^n \text{ и } M(t) = YR^{t/T}$$

Тогда для каждого из штаммов:

$$M_А(t) = Y_А R_А^{t/T} \text{ и } M_Б(t) = Y_Б R_Б^{t/T}$$

и соотношение болеющих составляет

$$\frac{M_А(t)}{M_Б(t)} = \frac{Y_А R_А^{t/T}}{Y_Б R_Б^{t/T}} < \frac{1}{10}.$$

По условию, $Y_А : Y_Б = 10:1$, а $R_А / R_Б = 4/5$.

Тогда

$$\frac{Y_А}{Y_Б}\left(\frac{R_А}{R_Б}\right)^{t/T} < \frac{1}{10}$$

$$\frac{10}{1}\cdot\left(\frac{4}{5}\right)^{t/6} < \frac{1}{10}$$

$$1{,}25^{t/6} > 100$$

$$t > 6\log_{1,25}100$$

$$t > 6 \cdot 20{,}64$$

$$t \geq 126 \text{ дней}$$

(поскольку в рамках дискретной модели **t** кратно 6).