



Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 9. Из крайности в крайность

1. Длина свободного пробега молекул газа определяется по формуле

$$\lambda = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 n},$$

где n – концентрация молекул газа, r – их радиус. Концентрацию молекул газа можно рассчитать согласно молекулярно-кинетической теории: $P = nkT$, где P – давление, n – концентрация, k – постоянная Больцмана, T – температура. Отсюда получаем, что при заданных условиях

$$n = \frac{101325 \text{ Па}}{1.6 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 300\text{К}} = 2.11 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{м}^3}$$

Теперь можно определить длину свободного пробега молекул азота:

$$\lambda = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi \cdot (0.17 \cdot 10^{-9} \text{ м})^2 \cdot 2.11 \cdot 10^{25} \frac{1}{\text{м}^3}} = 9.2 \cdot 10^{-8} \text{ м} = 92 \text{ нм}$$

Из условия следует, что с ростом числа Кнудсена увеличивается доля кнудсеновской диффузии, поэтому её вклад будет ощутимым, если Kn по меньшей мере больше 1. Следовательно, $d < \lambda$, или $d < 92$ нм. Таким образом, диаметр пор должен быть меньше 100 нм.

2. Диаметры молекул азота и гелия намного меньше среднего диаметра пор всех предложенных мембран, поэтому разделение газовой смеси, основанное на различиях в размерах молекул, невозможно ни для одного из описанных образцов. Однако разделение можно осуществить, подобрав необходимый механизм диффузии. Вязкий поток селективностью не обладает, так как вязкости N_2 и He довольно близки ($\eta(\text{He}) / \eta(N_2) = 1.11$). Зато кнудсеновский поток зависит от молекулярной массы газа, поэтому для разделения смеси её необходимо пропускать через мембрану в режиме кнудсеновской диффузии, то есть при больших Kn . Так как число Кнудсена обратно пропорционально размеру поры, то следует выбрать мембраны со средним диаметром пор 10 нм.

В идеальном случае мольное соотношение газов определяется отношением потоков в режиме диффузии Кнудсена. Поэтому оно будет равно

$$\frac{v_{\text{He}}}{v_{N_2}} = \frac{J_{Kn, \text{He}}}{J_{Kn, N_2}} = \frac{\frac{2dV_m}{3L} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi M_{\text{He}} RT}} \cdot \Delta P}{\frac{2dV_m}{3L} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi M_{N_2} RT}} \cdot \Delta P} = \sqrt{\frac{M_{N_2}}{M_{\text{He}}}} = \sqrt{\frac{0.028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{0.004 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}} = \sqrt{7}$$