



Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 6. Нетипичный симметричный фуллерен

1. Число атомов углерода в фуллерене (рис. 1 условия) составляет $N = 4$ (входят в «малые» треугольники, образованные группами из трех пятиугольников) + $4 \cdot 22$ (входят в усеченные треугольники, полученные отсечением «малых» треугольников от «больших») = 92.
2. Тетраэдрическая симметрия (четыре группы по три пятиугольника располагаются в вершинах тетраэдра, по два пятиугольника приходится на каждое ребро тетраэдра).
3. Чтобы задать развертку такого фуллерена в косоугольных координатах, необходимо определить координаты одной из сторон «большого» треугольника.

Для фуллерена, представленного на рис. 1. условия, координаты стороны «большого» треугольника равны $(n, 0)$. Следовательно, чтобы задать такой тип симметричных фуллеренов, необходим всего один параметр, и общий вид координат можно записать как $(n, 0)$.

4. «Большой» треугольник со стороной $(n, 0)$ имеет площадь $S_R = 0,5(Ra\sqrt{3})^2 \sin 60^\circ$, где $R = \sqrt{n^2} = n$ – длина стороны такого треугольника в косоугольной системе координат, a – длина С-С связи.

В свою очередь, один атом углерода в графене приходится на площадь, равную

$$S_C = 0,5(a\sqrt{3})^2 \sin 60^\circ.$$

Развертка тетраэдра, задаваемая координатами $(n, 0)$, избыточна, поскольку в этом случае каждый из общих для тройки пятиугольников атомов мы задаем трижды. Следовательно, при расчете общего числа атомов в фуллерене необходимо исключить 8 из 12 таких атомов:

$$N = \frac{4S_R}{S_C} - 8 = 4R^2 - 8 = 4n^2 - 8.$$

Проверка: $N_{(5, 0)} = 4 \cdot 25 - 8 = \underline{92}$.

Минимальным при рассматриваемом способе задания будет фуллерен $(3, 0)$ с общим числом атомов $N_{(3,0)} = 28$ (т.к. фуллерены с $N_{(1,0)} = -4$ и $N_{(2,0)} = 8$ не существуют). Его можно получить, если в додекаэдр C_{20} симметрично добавить 4 шестиугольника. Еще два члена ряда – это $N_{(4, 0)} = 56$ и $N_{(5, 0)} = 92$.