



## Математика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап) Решение задачи 6. Эффективность вакцины

1. По определению, эффективностью вакцины  $\alpha$  против некоторого исхода называется отношение снижения уровня данного исхода среди вакцинированной группы (то есть, разность уровня исхода для невакцинированных,  $I_N$  и уровня исхода для вакцинированных,  $I_V$ ) по сравнению с невакцинированной (то есть, уровень исхода для невакцинированных,  $I_N$ ), выраженное в процентах:

$$\alpha = \frac{I_N - I_V}{I_N} \cdot 100\%.$$

Это выражение можно записать как

$$\alpha = 100\% - \frac{I_V}{I_N} \cdot 100\%.$$

В свою очередь, уровень снижения риска – это отношение уровня исхода конкретного события для невакцинированной группы к уровню исхода того же события для вакцинированной группы, равный

$$\frac{I_N}{I_V} = \frac{100\%}{100\% - \alpha}.$$

- а. Люди, получившие данную вакцину, подвержены заражению COVID-19

$$\text{в } \frac{100\%}{100\% - \alpha_3} = \frac{100\%}{100\% - 80\%} = 5 \text{ раз меньше, чем невакцинированные.}$$

- б. Люди, получившие данную вакцину, подвержены тяжелому течению COVID-19

$$\text{в } \frac{100\%}{100\% - \alpha_{TT}} = \frac{100\%}{100\% - 85\%} = 6,67 \text{ раз меньше, чем невакцинированные.}$$

- в. Люди, получившие данную вакцину, подвержены смерти от COVID-19

$$\text{в } \frac{100\%}{100\% - \alpha_C} = \frac{100\%}{100\% - 95\%} = 20 \text{ раз меньше, чем невакцинированные.}$$

2. Для удобства введем следующие обозначения:

$V$  – число вакцинированных жителей,

$N$  – число невакцинированных жителей региона,

$V_\Gamma$  – число вакцинированных жителей, госпитализированных с COVID-19,

$N_\Gamma$  – число невакцинированных жителей, госпитализированных с COVID-19.

По определению, эффективность рассматриваемой вакцины против госпитализации составляет

$$\alpha_\Gamma = \frac{N_\Gamma/N - V_\Gamma/V}{N_\Gamma/N} \cdot 100\%.$$

Поскольку, по определению,

- доля вакцинированных среди всего населения

$$\omega = V/(V + N),$$

- доля вакцинированных среди всех госпитализированных с COVID-19 людей

$$\delta = V_r/(V_r + N_r),$$

то, выражая число невакцинированных,

$$N = (1 - \omega)V/\omega,$$

$$N_r = (1 - \delta)V_r/\delta,$$

можем записать величину  $N_r/N$  через  $V_r/V$ :

$$N_r/N = (1 - \delta)\omega/((1 - \omega)\delta) \cdot V_r/V.$$

Тогда эффективность вакцины против госпитализации равна:

$$\alpha_r = \frac{(1-\delta)\omega/((1-\omega)\delta)V_r/V - V_r/V}{(1-\delta)\omega/((1-\omega)\delta)V_r/V}$$

$$\alpha_r = \frac{(1-\delta)\omega/((1-\omega)\delta) - 1}{(1-\delta)\omega/((1-\omega)\delta)}$$

$$\alpha_r = \frac{(1-\delta)\omega - (1-\omega)\delta}{(1-\delta)\omega}$$

$$\alpha_r = \frac{\omega - \delta}{(1-\delta)\omega}$$

$$\alpha_r = \frac{0,6 - 0,2}{(1 - 0,2)0,6} \cdot 100\% \approx 83\%.$$