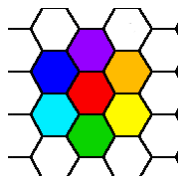




## Математика для школьников 7 – 11 класса (отборочный этап)

### Задача 2. Графеновая радуга



*Рис. 1. Пример раскраски фрагмента графенового листа в форме «ромашки».*

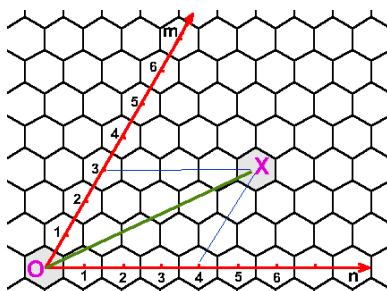
Известно, что шестиугольники графенового листа (рис. 3) можно полностью раскрасить в 7 цветов так, что любой произвольно выбранный на нем фрагмент в форме «ромашки» (рис. 1) всегда будет раскрашен в разные цвета.

1. Найдите все уникальные способы такой раскраски<sup>1</sup> графена, которые можно получить, стартуя с изображенной на рис. 1 «ромашки». Ответ обоснуйте. **(2,5 балла)**
2. Являются ли найденные раскраски периодическими<sup>2</sup>? Если да, выделите для них минимальную область, ограниченную центрами шестиугольников с одинаковыми цветами, повторяя которую можно задать раскраску целиком, и определите пары чисел<sup>3</sup>  $(n, m)$ , отвечающие взаимному расположению этих шестиугольников. **(2,5 балла)**
3. Рассчитайте общее число уникальных способов, которыми можно раскрасить лист графена в 7 цветов радуги так, чтобы любой произвольно выбранный на нем фрагмент в форме «ромашки» был окрашен в 7 разных цветов. **(4 балла)**

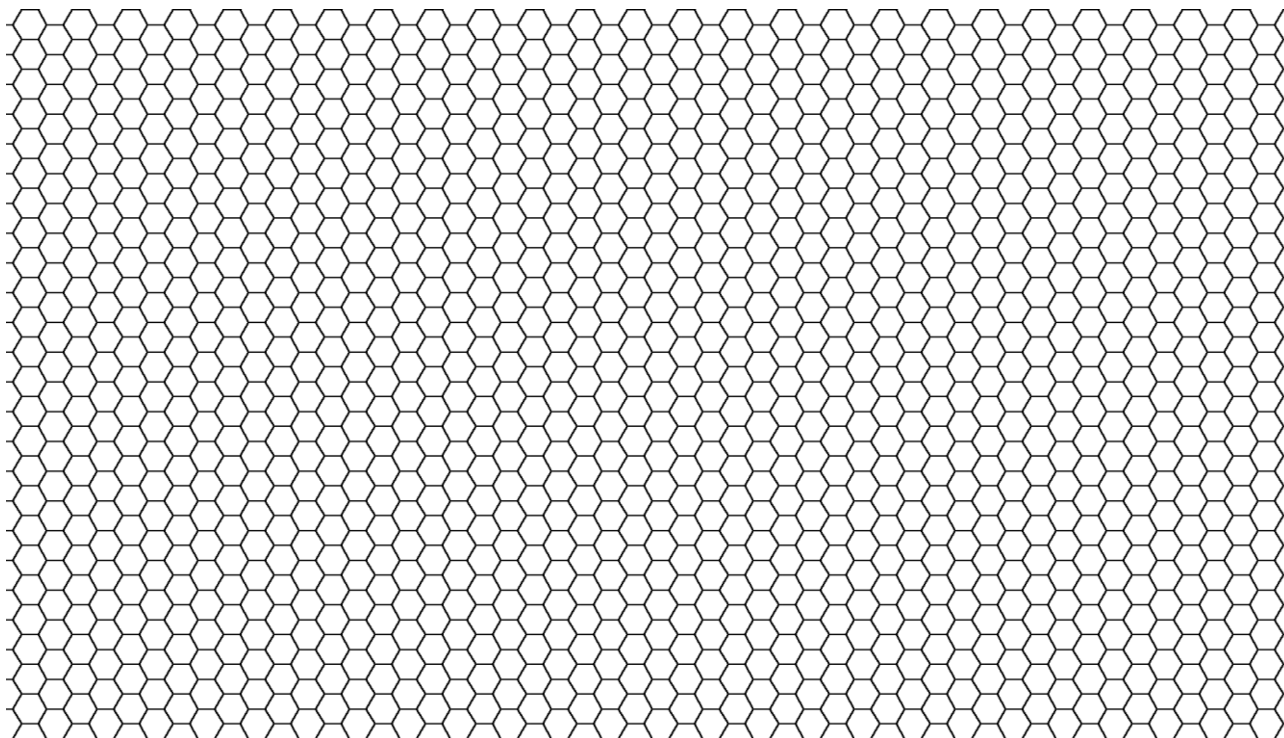
<sup>1</sup>Уникальный способ раскраски – такое взаимное расположение шестиугольников семи цветов, которое невозможно получить из других раскрасок ни при каких поворотах в плоскости графенового листа и/или при параллельных переносах.

<sup>2</sup>Периодичной называется структура, которая совмещается сама с собой при параллельном переносе в одном или нескольких направлениях.

<sup>3</sup>Любую пару шестиугольников (рис. 2) на графеновом листе (рис. 3) можно описать парой натуральных чисел  $(n, m)$ , являющихся координатами центра одного из них относительно центра другого в косоугольной системе координат:



*Рис. 2. Пример для пары шестиугольников, характеризуемых парой чисел  $(4,3)$ .*



*Рис. 3. Сетка шестиугольников как модель листа графена.*

**Всего – 9 баллов**