



Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 9. Чертова дюжина

Рост нанокластера можно рассматривать как последовательное увеличение числа слоев, тогда первым шагом можно назвать размещение атомов первого слоя вокруг центрального атома. Известно, что максимальное число атомов, которое можно разместить вокруг другого такого же атома, составляет 12, причем расположить их можно не только одним способом.

1. Используя теорему Эйлера*, найдите все возможные многогранники, состоящие из 12 вершин, если все их грани представляют собой правильные многоугольники, а каждая вершина имеет одинаковое число соседей. Считать, что такие многогранники содержат не более двух типов граней, пятиугольные грани отсутствуют. **(4 балла)**
2. Некоторые многогранники, состоящие из 12 вершин, гораздо проще найти, исходя из соображений симметрии, зная, что они состоят из правильных многоугольников и имеют поворотную ось пятого порядка. Найдите все такие многогранники. **(1.5 балла)**
3. Определите, сколько и каких граней и ребер содержит каждый из найденных вами многогранников, а также изобразите их либо схематично, либо в виде плоской проекции на одну из граней. **(3 балла)**

Теперь посмотрим, что получится, если пытаться построить на основе найденных многогранников нанокластеры из 13 атомов. Поместим атомы в центры и в каждую вершину всех найденных многогранников.

4. Есть ли среди получившихся кластеров такие, что:
 - а. все атомы оболочки касаются друг друга, но центральный атом не может одновременно касаться всех атомов оболочки?
 - б. все атомы оболочки касаются друг друга, и центральный атом касается всех атомов оболочки?
 - в. центральный атом касается всех атомов оболочки, но атомы оболочки не касаются друг друга?Ответы подтвердите расчетами (при необходимости можно использовать справочные формулы, атомы считать жесткими сферами одинакового радиуса). **(6 баллов)**
5. Рассчитайте радиусы сфер, описанных вокруг кластеров Au_{13} для каждой формы кластера из п.4 (радиус атома золота $r = 0.14$ нм). **(1.5 балла)**

* Теорема Эйлера: $V - E + F = 2$, где V , E , F – число вершин, ребер и граней многогранника.

Всего – 16 баллов