



Математика для школьников 10 – 11 классов (отборочный этап) Решение задачи 10. Кубы и кубики

Для каждого из четырех кластеров запишем длину ребра, выразив ее через x :

- **А:** $y = 2x + 10$,
- **Б:** $y - 2 \cdot 2 = 2x + 10 - 4 = 2x + 6$ (поскольку, сняв внешний слой толщиной в один атом с кубического кластера, мы получаем новый кубический кластер, на ребро которого приходится на 2 атома меньше, чем на ребро исходного кластера, соответственно, при последовательном снятии двух слоев разница составит 4 атома),
- **В:** x ,
- **Г:** $x - 2$.

Составим кубическое уравнение:

$$(2x + 6)^3 + x^3 + (x - 2)^3 = (2x + 10)^3$$

Раскрывая скобки и приводя подобные члены, получаем

$$x^3 - 27x^2 - 186x - 396 = 0$$

Найдем делители свободного члена данного уравнения:

$$396 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11,$$

1, 2, 3, 4, 6, 9, 11, 12, 18, 22, 33, 36, 44, 66, 99, 132, 198, 396

По очереди проверяя каждую из величин, находим, что данное уравнение имеет единственное решение:

$$(x - 33)(x^2 + 6x + 12) = 0$$

Таким образом, $x = 33$.

Тогда,

- **А:** $2y + 10 = 76$,
- **Б:** $2y + 6 = 72$,
- **В:** $y = 33$,
- **Г:** $y - 2 = 31$.

Общее число атомов в исходном кубе равно $76^3 = 438976$.