



Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 3. Перекладывание атомов в кубиках

а.

$$n_1^3 + n_2^3 + n_3^3 = n^3$$

$$n_2 = n_1 + 1, \quad n_3 = n_2 + 1 = n_1 + 2, \quad n = n_3 + 1 = n_1 + 3$$

$$n_1^3 + (n_1 + 1)^3 + (n_1 + 2)^3 = (n_1 + 3)^3$$

$$2n_1^3 - 12n_1 - 18 = 0$$

$$n_1^3 - 6n_1 - 9 = 0$$

Ищем натуральные корни среди делителей свободного члена (9):

$$n_1 = 3, \quad (n_1 - 3)(n_1^2 + 3n_1 + 3) = 0$$

$$n_2 = n_1 + 1 = 4,$$

$$n_3 = n_2 + 1 = n_1 + 2 = 5,$$

$$n = n_3 + 1 = n_1 + 3 = 6$$

$$N = 6^3 = 216.$$

- б. Предположим, что атомы одного кубического нанокластера можно поделить поровну между двумя другими кубическими нанокластерами, тогда $2n_4^3 = n^3$ и $n = \sqrt[3]{2}n_4$. Поскольку полученная величина $n \notin \mathbb{N}$, следовательно, такой вариант невозможен.
- в. Куб натурального числа не может быть представлен в виде суммы кубов натуральных чисел (следствие из Великой теоремы Ферма, несмотря на кажущуюся простоту формулировки, теорема была доказана лишь недавно).