



Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
5 – 10 классы (заключительный этап)
Химия. Вариант I

Задача 1. Атом vs планета (5 баллов)

Очень часто форма планеты и форма атома химического элемента принимаются шарообразными. Однако размеры этих объектов отличаются колоссально: экваториальный радиус Земли $R_3 = 6378$ км, а радиус атома углерода $r_c = 0,077$ нм.

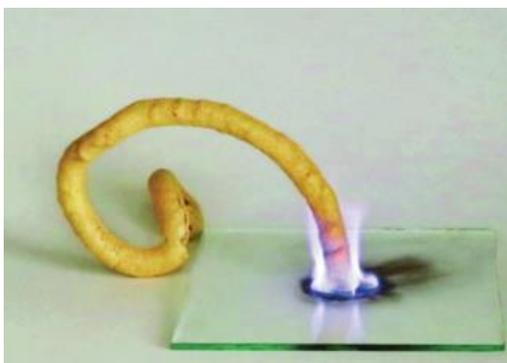
1. Определите минимальное число атомов углерода, которое необходимо для того, чтобы выложить из них линию длиной в экватор Земли и толщиной в один атом. **(3 балла)**
2. Сколько будет весить такая цепочка атомов углерода? Постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹, молярная масса углерода $M = 12,01$ г/моль. **(2 балла)**

Задача 2. Нестехиометричный оксид (5 баллов)

Нестехиометричными называют соединения переменного состава, формула которых не выражается целочисленными индексами. Примером такого вещества является оксид титана $TiO_{1,95}$, имеющий кристаллическую решётку диоксида титана, в котором отсутствует часть атомов кислорода.

1. Определите (целочисленные) степени окисления титана в оксиде $TiO_{1,95}$. **(1 балл)**
2. Рассчитайте содержание (в атомных %) титана в этих степенях окисления. **(3 балла)**
3. Оцените плотность оксида $TiO_{1,95}$, если плотность диоксида титана $\rho(TiO_2) = 4,20$ г/см³. **(1 балл)**

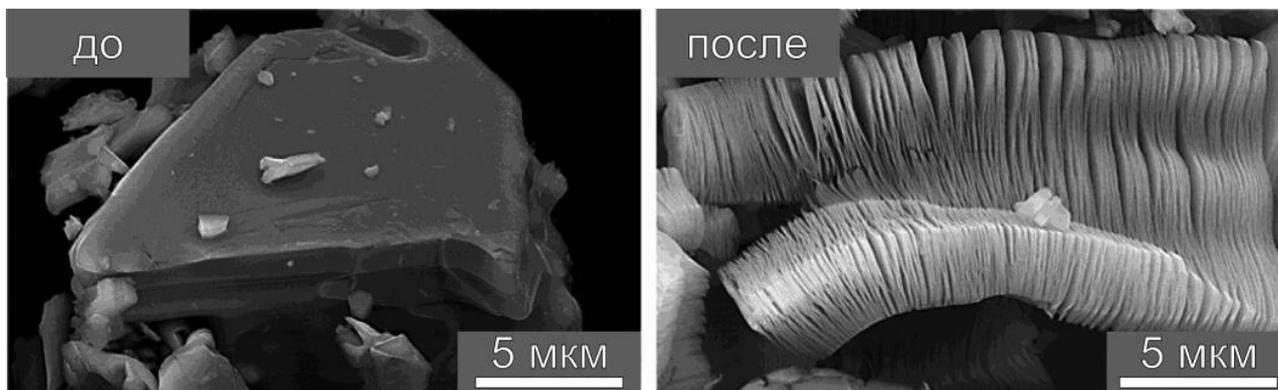
Задача 3. "Фараонова змея" (5 баллов)



При термическом разложении тиоцианата ртути $Hg(SCN)_2$ из таблетки реагента под давлением образующихся газов выползает "фараонова змея". Желтый цвет ей придает бинарное соединение **X**, образующееся в виде пластинок толщиной в десятки нанометров. Содержание углерода в нем составляет 39,1% по массе и 42,9% по числу атомов.

1. Определите все неизвестные вещества (**X**, **X₁–X₅**, **Y₁–Y₅**, **Z**). **(4.5 балла)**
2. Напишите уравнения всех реакций, представленных на схеме. **(4.5 балла)**

При воздействии на **Z** концентрированной плавиковой кислоты можно выделить соединение, являющееся одним из родоначальников важнейшего семейства функциональных наноматериалов. При рисунке показаны изображения РЭМ вещества **Z** до (слева) и после (справа) длительной обработки в растворе HF.



3. Как при обработке HF изменился химический состав вещества **Z**? К какому семейству принадлежит полученный материал? **(1 балл)**

Периодическая система химических элементов Д.И. Менделеева

		Г р у п п ы											
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII				
П е р и о д ы	1	1 H 1,008 Водород									(H)		2 He 4,00 Гелий
	2	3 Li 6,94 Литий	4 Be 9,01 Бериллий	5 B 10,81 Бор	6 C 12,01 Углерод	7 N 14,00 Азот	8 O 16,00 Кислород	9 F 19,00 Фтор					10 Ne 20,18 Неон
	3	11 Na 22,99 Натрий	12 Mg 24,31 Магний	13 Al 26,98 Алюминий	14 Si 28,09 Кремний	15 P 30,97 Фосфор	16 S 32,06 Сера	17 Cl 35,45 Хлор					18 Ar 39,95 Аргон
	4	19 K 39,10 Калий	20 Ca 40,08 Кальций	21 Sc 44,96 Скандий	22 Ti 47,90 Титан	23 V 50,94 Ванадий	24 Cr 52,00 Хром	25 Mn 54,94 Марганец	26 Fe 55,85 Железо	27 Co 58,93 Кобальт	28 Ni 58,69 Никель		
		29 Cu 63,55 Медь	30 Zn 65,39 Цинк	31 Ga 69,72 Галлий	32 Ge 72,59 Германий	33 As 74,92 Мышьяк	34 Se 78,96 Селен	35 Br 79,90 Бром					36 Kr 83,80 Криптон
	5	37 Rb 85,47 Рубидий	38 Sr 87,62 Стронций	39 Y 88,91 Иттрий	40 Zr 91,22 Цирконий	41 Nb 92,91 Ниобий	42 Mo 95,94 Молибден	43 Tc 98,91 Технеций	44 Ru 101,07 Рутений	45 Rh 102,91 Родий	46 Pd 106,42 Палладий		
		47 Ag 107,87 Серебро	48 Cd 112,41 Кадмий	49 In 114,82 Индий	50 Sn 118,69 Олово	51 Sb 121,75 Сурьма	52 Te 127,60 Теллур	53 I 126,90 Иод					54 Xe 131,29 Ксенон
	6	55 Cs 132,91 Цезий	56 Ba 137,33 Барий	57 La* 138,91 Лантан	72 Hf 178,49 Гафний	73 Ta 180,95 Тантал	74 W 183,85 Вольфрам	75 Re 186,21 Рений	76 Os 190,2 Осмий	77 Ir 192,22 Иридий	78 Pt 195,08 Платина		
		79 Au 196,97 Золото	80 Hg 200,59 Ртуть	81 Tl 204,38 Таллий	82 Pb 207,2 Свинец	83 Bi 208,98 Висмут	84 Po [209] Полоний	85 At [210] Астат					86 Rn [222] Радон
	7	87 Fr [223] Франций	88 Ra 226 Радий	89 Ac** [227] Актиний	104 Rf [261] Резерфордий	105 Db [262] Дубний	106 Sg [266] Сиборгий	107 Bh [264] Борий	108 Hs [269] Хассий	109 Mt [268] Мейтнерий	110 Ds [271] Дармштадтий		
		111 Rg [280] Рентгений	112 Cn [285] Коперниций	113 Nh [286] Нихоний	114 Fl [289] Флеровий	115 Mc [290] Московский	116 Lv [293] Ливерморий	117 Ts [294] Теннесий					118 Og [294] Оганесон

* Лантаноиды

58 Ce 140 Церий	59 Pr 141 Празеодим	60 Nd 144 Неодим	61 Pm [145] Прометий	62 Sm 150 Самарий	63 Eu 152 Европий	64 Gd 157 Гадолиний	65 Tb 159 Тербий	66 Dy 162,5 Диспрозий	67 Ho 165 Гольмий	68 Er 167 Эрбий	69 Tm 169 Тулий	70 Yb 173 Иттербий	71 Lu 175 Лютеций
------------------------------	----------------------------------	-------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	----------------------------------	-------------------------------	------------------------------------	--------------------------------	------------------------------	------------------------------	---------------------------------	--------------------------------

** Актиноиды

90 Th 232 Торий	91 Pa 231 Протактиний	92 U 238 Уран	93 Np 237 Нептуний	94 Pu [244] Плутоний	95 Am [243] Америций	96 Cm [247] Кюрий	97 Bk [247] Берклий	98 Cf [251] Калифорний	99 Es [252] Эйнштейний	100 Fm [257] Фермий	101 Md [258] Менделеевий	102 No [259] Нобелий	103 Lr [262] Лоуренсий
------------------------------	------------------------------------	----------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------	----------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------------------------	---------------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------

РАСТВОРИМОСТЬ КИСЛОТ, СОЛЕЙ И ОСНОВАНИЙ В ВОДЕ

	H ⁺	Li ⁺	K ⁺	Na ⁺	NH ₄ ⁺	Ba ²⁺	Ca ²⁺	Mg ²⁺	Sr ²⁺	Al ³⁺	Cr ³⁺	Fe ²⁺	Fe ³⁺	Mn ²⁺	Zn ²⁺	Ag ⁺	Hg ²⁺	Pb ²⁺	Sn ²⁺	Cu ²⁺
OH ⁻		P	P	P	P	P	M	H	M	H	H	H	H	H	H	-	-	H	H	H
F ⁻	P	M	P	P	P	M	H	H	H	M	H	H	H	P	P	P	-	H	P	P
Cl ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H	P	M	P	P
Br ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H	M	M	P	P
I ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	P	?	P	P	H	H	H	M	?
S ²⁻	P	P	P	P	P	-	-	-	H	-	-	H	-	H	H	H	H	H	H	H
HS ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
SO ₃ ²⁻	P	P	P	P	P	H	H	M	H	?	-	H	?	?	M	H	H	H	?	?
SO ₄ ²⁻	P	P	P	P	P	H	M	P	H	P	P	P	P	P	P	M	-	H	P	P
HSO ₄ ⁻	P	P	P	P	P	?	?	?	-	?	?	?	?	?	?	?	?	H	?	?
NO ₃ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	-	P
NO ₂ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	?	?	?	?	M	?	?	?	?
PO ₄ ³⁻	P	H	P	P	-	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
HPO ₄ ²⁻	P	?	P	P	P	H	H	M	H	?	?	H	?	H	?	?	?	M	H	?
H ₂ PO ₄ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	P	?	P	P	P	?	-	?	?
CO ₃ ²⁻	P	P	P	P	P	H	H	H	H	?	?	H	-	H	H	H	H	H	?	H
HCO ₃ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	P	?	?	?	?	?	P	?	?
CH ₃ COO ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	-	P	P	-	P	P	P	P	P	-	P
SiO ₃ ²⁻	H	H	P	P	?	H	H	H	H	?	?	H	?	H	H	?	?	H	?	?
MnO ₄ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	?	?	P	?	?	?	?	?
Cr ₂ O ₇ ²⁻	P	P	P	P	P	M	P	?	H	?	?	?	P	?	?	H	H	M	?	P
CrO ₄ ²⁻	P	P	P	P	P	H	P	P	H	?	?	?	H	H	H	H	H	H	H	H
ClO ₃ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	P	P	P	P	P	?	P
ClO ₄ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	P

«P» – растворяется (> 1 г на 100 г H₂O); «M» – мало растворяется (от 0,1 г до 1 г на 100 г H₂O);
 «H» – не растворяется (меньше 0,01 г на 1000 г воды); «-» – в водной среде разлагается
 «?» – нет достоверных сведений о существовании соединений

РЯД АКТИВНОСТИ МЕТАЛЛОВ / ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИЙ РЯД НАПРЯЖЕНИЙ

Li Rb K Ba Sr Ca Na Mg Al Mn Zn Cr Fe Cd Co Ni Sn Pb (H₂) Sb Bi Cu Hg Ag Pt Au →
 активность металлов уменьшается



**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
 5 – 10 классы (заключительный этап)
 Химия. Вариант I. Решения**

Решение задачи 1. Атом vs планета (5 баллов)

1. Экватор представляет собой окружность с радиусом R_3 . Его длина равна

$$C = 2\pi R_3 \quad \text{1 балл}$$

Диаметр атома железа равен

$$d = 2r_C \quad \text{1 балл}$$

Следовательно, на экваторе поместятся

$$N = \frac{C}{d} = \frac{2\pi R_3}{2r_C} = \frac{\pi R_3}{r_C} = 2,60 \cdot 10^{17} \text{ атомов} \quad \text{1 балл}$$

2. Количество вещества углерода, содержащее N атомов, равно

$$\nu = \frac{N}{N_A} \quad \text{1 балл}$$

Масса углерода равна

$$m = \nu M = \frac{NM}{N_A} = 5,19 \cdot 10^{-6} \text{ г} \quad \text{1 балл}$$

Решение задачи 2. Нестехиометричный оксид (5 баллов)

1. Поскольку $\text{TiO}_{1,95}$ можно рассматривать как TiO_2 , в котором отсутствует часть атомов кислорода, титан присутствует в нём в двух степенях окисления: +4 (высшая, как в TiO_2) и +3 (для компенсации заряда). **1 балл (по 0,5 б за каждую степень окисления)**

2. Перепишем формулу $\text{TiO}_{1,95}$ в виде $\text{Ti}^{+4}_x\text{Ti}^{+3}_y\text{O}_{1,95}$. Так как должно выполняться условие электронейтральности, то

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 4x + 3y - 2 \cdot 1,95 = 0 \end{cases} \quad \text{1 балл}$$

Решив систему уравнений, получим, что $x = 0,9$, а $y = 0,1$. Значит, содержание Ti^{+4} равно 90%, а содержание Ti^{+3} равно 10%. **2 балла**

3. Молярная масса $M(\text{TiO}_2) = 47,867 + 2 \cdot 15,999 = 79,865$ г/моль. Молярная масса $M(\text{TiO}_{1,95}) = 47,867 + 1,95 \cdot 15,999 = 79,065$ г/моль. Объём 1 моль этих оксидов можно считать одинаковым, так как они имеют одинаковую кристаллическую решётку. Следовательно, отношение плотностей равно

$$\frac{\rho(\text{TiO}_2)}{\rho(\text{TiO}_{1,95})} = \frac{M(\text{TiO}_2)V(\text{TiO}_{1,95})}{V(\text{TiO}_2)M(\text{TiO}_{1,95})} = \frac{M(\text{TiO}_2)}{M(\text{TiO}_{1,95})} \quad \text{1 балл}$$

Таким образом, плотность оксида $\text{TiO}_{1,95}$ равна

$$\rho(\text{TiO}_{1,95}) = \frac{\rho(\text{TiO}_2)M(\text{TiO}_{1,95})}{M(\text{TiO}_2)} = \frac{4,20 \cdot 79,065}{79,865} = 4,158 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \quad \text{1 балл}$$

Решение задачи 3. "Фараонова змея" (5 баллов)

1. Атомная доля углерода составляет 0,429, а второго элемента – 0,571.

$$v(\text{C}) : v(\text{X}) = 0,429 : 0,571 = 3 : 4.$$

Формула бинарного соединения – C_3X_4 . 1 балл

Массовая доля углерода:

$$\omega(\text{C}) = 3 \cdot 12 / (3 \cdot 12 + 4M(\text{X})) = 0,391,$$

$M(\text{X}) = 14$ г/моль, X – N. Формула соединения – C_3N_4 1 балл

2. Уравнение реакции: $2\text{Hg}(\text{SCN})_2 = 2\text{HgS} + \text{C}_3\text{N}_4 + \text{CS}_2$ 2 балла

(1 балл за уравнение реакции с участием O_2)

3. На воздухе горит CS_2 : $\text{CS}_2 + 3\text{O}_2 = \text{CO}_2 + 2\text{SO}_2$ 1 балл

Решение задачи 4. Превращения мифологического элемента (10 баллов)

- 1 – 2. При тщательном анализе условия задачи становится понятным, что Y_5 – нитрид, содержащий 22.58 % азота по массе. Установим химическую формулу этого вещества. Если представить ее в виде $\text{Э}_x\text{N}_y$, то

$$\omega(\text{N}) = (\text{Ar}(\text{N}) \cdot y) / (\text{Ar}(\text{N}) \cdot y + \text{Ar}(\text{Э}) \cdot x) = 0.2258$$

$$3.1612 \cdot y + 0.2258 \cdot x \cdot \text{Ar}(\text{Э}) = 14 \cdot y$$

$$10.8388 \cdot y = 0.2258 \cdot x \cdot \text{Ar}(\text{Э})$$

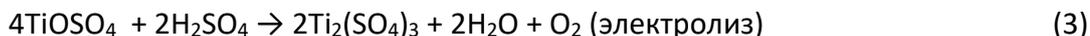
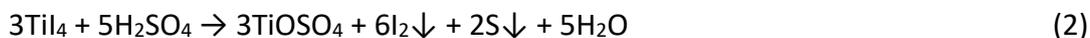
$$48 = \frac{x}{y} \cdot \text{Ar}(\text{Э}),$$

При $x = 1$ и $y = 1$ подходит титан (Ti). При дальнейшем переборе становится понятным, что это единственный приемлемый вариант. Следовательно, TiN – вещество Y_5 . Также становится понятно, что в основе цепочки превращений лежит титан. Таким образом, X – титан (Ti).

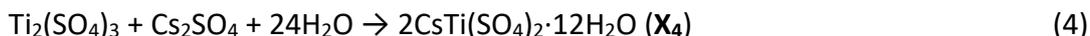
При воздействии иода на титан, можно выделить иодид титана (TiI_4) – (вещество X_1)



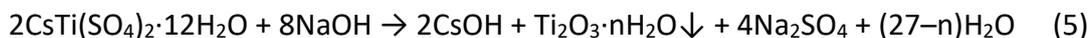
При действии на иодид титана серной кислотой, образуется сульфат титанила TiOSO_4 – вещество **X₂**, а при дальнейшем добавлении избытка серной кислоты и электролизе, можно получить раствор сульфата титана(III) $\text{Ti}_2(\text{SO}_4)_3$ (вещество **X₃**), имеющий зеленую окраску.



При смешивании насыщенных холодных растворов сульфатов цезия и титана, образуются цезиево-титановые квасцы, имеющие красно-фиолетовую окраску.



При взаимодействии получившейся соли и раствора гидроксида натрия в осадок выпадает гидратированный оксид титана(III) – $\text{Ti}_2\text{O}_3 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ – (вещество **X₅**).



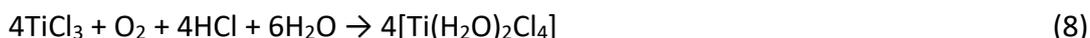
Сульфат титана (III) при прокаливании на воздухе разрушается с образованием TiO_2 (**Y₄**):



При взаимодействии титана с соляной кислотой происходит изменение цвета раствора на фиолетовый, что обусловлено наличием хлорида титана (III) в растворе (TiCl_3 – вещество **Y₁**).



При дальнейшем пропускании через солянокислый раствор TiCl_3 кислорода происходит окисление титана с образованием $\text{Ti}(\text{H}_2\text{O})_2\text{Cl}_4$ – **Y₂**:



При гидролизе этого соединения образуется гидратированный оксид титана (IV) – $\text{TiO}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$ (вещество **Y₃**), при последующем прокаливании которого можно выделить чистый диоксид титана (вещество **Y₄**):



При насыщении оксида титана азотом в присутствии угля образуется нитрид титана (TiN):



Из данных о массовой доле углерода в соединении **Z** легко устанавливается его химическая формула – Ti_3AlC_2 .

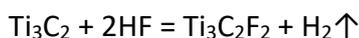


Итого: **X** – Ti, **X₁** – TiI₄, **X₂** – TiOSO₄, **X₃** – Ti₂(SO₄)₃, **X₄** – CsTi(SO₄)₂·12H₂O, **X₅** – Ti₂O₃·nH₂O, **Y₁** – TiCl₃, **Y₂** – Ti(H₂O)₂Cl₄, **Y₃** – TiO₂·nH₂O, **Y₄** – TiO₂, **Y₅** – TiN, **Z** – Ti₃AlC₂.

3. Из представленных изображений РЭМ ясно видно, что происходит расслаивание частиц Ti₃AlC₂. При длительном воздействии на них концентрированной плавиковой кислоты происходит травление алюминия:



Дополнительно, на поверхности материала могут протекать следующие химические реакции:



Полученный слоистый Ti₃C₂T_x, где T = OH/F, принадлежит к семейству максенов (от англ. «MXenes») – интереснейшему классу соединений. Ввиду своей развитой поверхности и особого электронного строения максены могут использоваться в ключевых устройствах сбережения энергии, сенсорики и оптики. Наиболее популярными из них являются суперконденсаторы и метал-ионные аккумуляторы.

Изображения РЭМ для Ti₃AlC₂ были заимствованы из публикации: Naguib M. et al. Two-dimensional transition metal carbides //ACS Nano. – 2012. – Т. 6. – №. 2. – С. 1322-1331. <https://doi.org/10.1021/nn204153h>

Система оценивания:

Вещества **X**, **X₁**–**X₅**, **Y₁**–**Y₅**, **Z** по **0.375 балла** (0.375 × 12 = 4.56)

Каждое верное уравнение реакции оценивается в **0.375 балла** (0.3756 × 12 = 4.56). Верно указаны продукты реакции при неправильно расставленных коэффициентах – **0.18 балла**.

Указание на вытравливание алюминия – **0.5 балла**, верное указание семейства – **0.5 балла**.

Итого: **10 баллов**



Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
5 – 10 классы (заключительный этап)
Физика. Вариант IV

Список констант

Ускорение свободного падения $g \approx 10 \text{ м/с}^2$

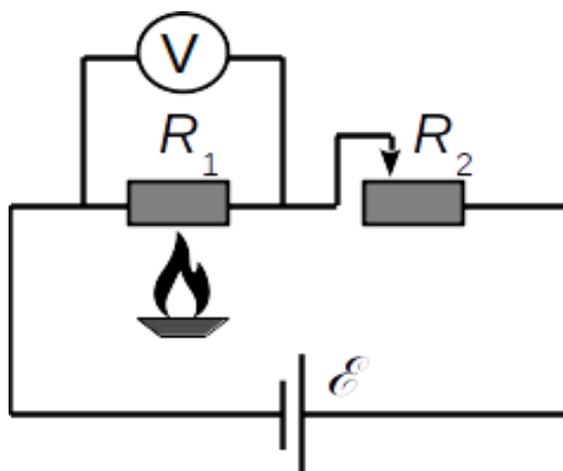
Диэлектрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$

Задача 1. Заряженные наночастицы (5 баллов)

Процессы присоединения катиона водорода (протонирование) или отщепления катиона (депротонирование) могут протекать при погружении в воду оксидных материалов. Исследование сферических наночастиц из оксида церия диаметром $d = 31 \text{ нм}$ показало, что их средняя поверхностная плотность заряда равна $\sigma = -0,27 \text{ мКл/м}^2$.

1. Протонированы или депротонированы эти наночастицы? Ответ аргументируйте. **(1 балл)**
2. Определите число катионов водорода, присоединённых или отщеплённых от одной такой наночастицы. **(2 балла)**
3. Рассчитайте силу взаимодействия между двумя такими наночастицами, расположенными в воде на расстоянии $R = 900 \text{ нм}$ друг от друга. Диэлектрическая проницаемость воды $\epsilon = 78,5$. **(2 балла)**

Задача 2. Резистор и реостат (5 баллов)



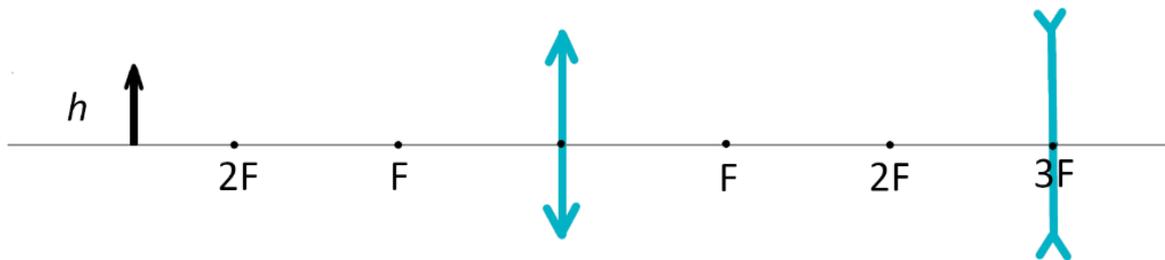
Стальная проволока и реостат соединены последовательно. Они подключены к источнику постоянного тока, как показано на рисунке. Сопротивление проволоки $R_1 = 2 \text{ Ом}$, а начальное сопротивление реостата $R_2 = 4 \text{ Ом}$. Проволоку нагревают на $\Delta t = 100^\circ\text{C}$. Коэффициент температурного сопротивления стальной проволоки $\alpha = 2 \cdot 10^{-3} \text{ 1/}^\circ\text{C}$. Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь.

1. Чему равно сопротивление R_1 нагретой стальной проволоки? (2 балла)
2. На сколько нужно изменить сопротивление реостата R_2 , чтобы напряжение на проволоке не изменилось? Внутренним сопротивлением источника тока пренебречь. (3 балла)

Задача 3. Объектив (5 баллов)

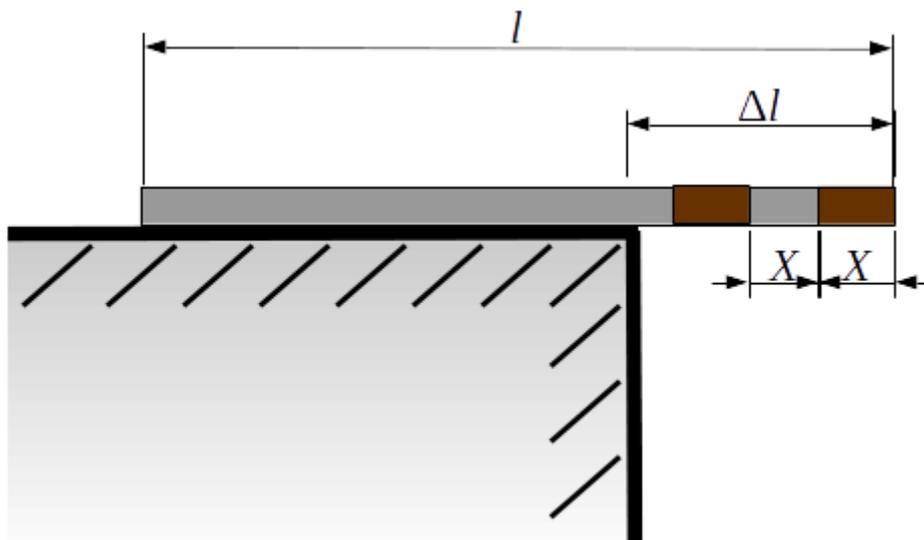
Стержень высотой $h = 3$ см находится на расстоянии $d = 10$ см от тонкой собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 4$ см. На расстоянии в 3 раза больше фокусного от нее поместили рассеивающую линзу. Фокусное расстояние рассеивающей линзы равно F .

1. На каком расстоянии от первой линзы будет изображение предмета, полученное в рассеивающей линзе? (2 балла)
2. Определите высоту полученного изображения. (3 балла)



Задача 4. Стержень с кольцами (10 баллов)

На пластиковый стержень справа надевают 2 одинаковых металлических кольца, как показано на рисунке. Вся длина стержня $l = 10$ см, а масса стержня $M = 1$ кг. Ширина каждого кольца $X = 1$ см, расстояние между кольцами равно ширине X , масса каждого кольца $m = 50$ г. Стержень с надетыми кольцами кладут на край стола, так что справа свисает $\Delta l = 3,5$ см.



1. Чему будет равна результирующая сила реакции опоры N_1 ? **(2 балла)**
2. В какой точке она будет приложена? **(4 балла)**
3. Чему будет равна и в какой точке будет приложена результирующая сила реакции опоры N_2 , если взять кольца из другого металла с массой $m = 375$ г и той же шириной X ? **(4 балла)**



**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
 5 – 10 классы (заключительный этап)
 Физика. Вариант IV. Решения**

Решение задачи 1. Заряженные наночастицы (5 баллов)

1. Так как наночастицы имеют отрицательный заряд, то от них отделяются катионы водорода H^+ . Значит, наночастицы депротонированы.
2. Заряд одной наночастицы равен

$$Q = \sigma S = \sigma \cdot 4\pi r^2 = 4\pi\sigma \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi\sigma d^2 = 3.14 \cdot (-0.27 \cdot 10^{-3}) \cdot (31 \cdot 10^{-9})^2 \\ = -8.1 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

Количество катионов:

$$N = \frac{Q}{e} = \frac{8.2 \cdot 10^{-19}}{1.6 \cdot 10^{-19}} \approx 5$$

Это составляет 5 элементарных зарядов, следовательно, от каждой наночастицы отделяются по 5 катионов водорода.

3. Так как расстояние между наночастицами примерно в 100 раз больше их размеров, то частицы можно считать точечными зарядами. Значит, сила взаимодействия между ними определяется законом Кулона

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2} = \frac{1}{4 \cdot 3.14 \cdot 78.5 \cdot 8.85 \cdot 10^{-12}} \frac{(8.1 \cdot 10^{-19})^2}{(900 \cdot 10^{-9})^2} = 9.3 \cdot 10^{-17} \text{ Н}$$

Решение задачи 2. Резистор и реостат (5 баллов)

1. $R_1' = R_1(1 + \alpha\Delta t) = 2(1 + 2 \cdot 10^{-3} \cdot 100) = 2,4 \text{ Ом}$.
2. Напряжение на резисторе R_1

$$U_1 = IR_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} R_1,$$

а на R_2 :

$$U_2 = IR_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_2} R_2.$$

После нагревания и увеличения R_2 должно выполняться

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2'}{R_1 + R_2'}$$

чтобы напряжение не изменилось.

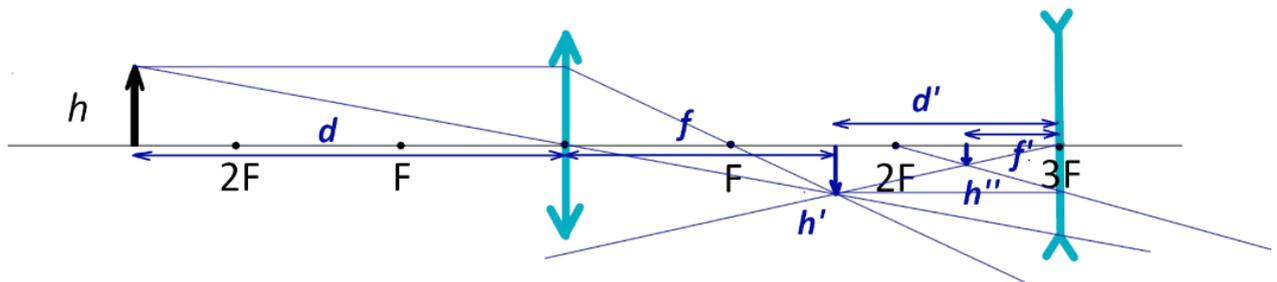
Тогда

$$R_2 = \frac{R_2 R_1}{R_1}$$

Изменение

$$\Delta R_2 = R_2 \left(\frac{R_1 - R_1}{R_1} \right) = 4 \cdot 0,4/2 = 0,8 \text{ Ом.}$$

Решение задачи 3. Объектив (5 баллов)



Рассмотрим сначала изображение полученное в собирающей линзе. Формула тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

Отсюда, расстояние до первого изображения

$$f = \frac{Fd}{d - F} = \frac{20}{3} \text{ см} \approx 6,67 \text{ см.}$$

Из подобия треугольников высота этого изображения $h' = h \frac{f}{d} = 2 \text{ см}$. Теперь рассмотрим изображение, полученное в рассеивающей линзе. Из формулы тонкой собирающей линзы

$$f' = \frac{Fd'}{F + d'} = \frac{F(3F - f)}{F + 3F - f} = \frac{16}{7} \text{ см} \approx 2,3 \text{ см.}$$

1. Расстояние от первой линзы до этого изображения

$$x = 3F - f' = \frac{68}{7} \text{ см} \approx 9,7 \text{ см.}$$

2. Из подобия треугольников высота изображения

$$h'' = h' \frac{f'}{d'} = \frac{6}{7} \text{ см} \approx 0,86 \text{ см.}$$

Решение задачи 4. Стержень с кольцами (10 баллов)

1. По второму закону Ньютона:

$$N = Mg + 2mg = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 0,05 \cdot 10 = 11 \text{ Н.}$$

2. Из условия равенства нулю моментов сил относительно оси, проходящий через край стола:

$$Ny - Mg \left(\frac{l}{2} - \Delta l \right) + mgx + mg3x = 0.$$

Откуда y расстояние от края стола до точки приложения силы N :

$$y = \frac{Mg \left(\frac{l}{2} - \Delta l \right) - 4mgx}{N} = \frac{10(5 - 3,5) - 4 \cdot 0,05 \cdot 10 \cdot 1}{11} = \frac{13}{11} \text{ см} \approx 1,18 \text{ см.}$$

3. Также по второму закону Ньютона для $N = 1 \cdot 10 + 2 \cdot 0,375 \cdot 10 = 17,5 \text{ Н.}$ То есть сила реакции стала больше.

Из условия равенства нулю моментов сил относительно оси, проходящий через край стола

$$y = \frac{Mg \left(\frac{l}{2} - \Delta l \right) - 4mgx}{N} = \frac{10(5 - 3,5) - 4 \cdot 0,375 \cdot 10 \cdot 1}{11} = 0 \text{ см.}$$

Теперь точка приложения совпадает с краем стола.



**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
5 – 10 классы (заключительный этап)
Математика. Вариант I**

Задача 1. Дендример (5 баллов)

Рассмотрим синтез некоторого разветвленного полимера, в котором к центральному звену на первом этапе присоединяется 2 мономерных звена. На всех последующих этапах к каждому такому звену присоединяется строго два новых звена.

1. Выведите общие формулы, описывающие зависимость
 - числа мономерных звеньев M , присоединяющихся на последнем этапе,
 - и общего числа мономерных звеньев N в молекуле полимераот количества этапов синтеза n , где $n > 2$. **(2 балла)**
2. Сколько всего этапов синтеза n было проведено, если на последнем этапе присоединилось $M = 64$ мономерных звена? **(1 балл)**
3. Рассчитайте N для найденного в предыдущем пункте n . **(2 балла)**

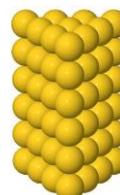
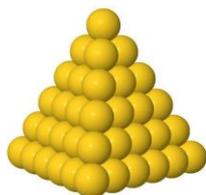
Задача 2. От Земли до Солнца (5 баллов)

1. Какая масса кубических наночастиц некоторого вещества (в граммах) понадобится, чтобы выложить такими наночастицами цепочку от Земли до Солнца? **(3 балла)**
2. Сколько таких цепочек из наночастиц длиной от Земли до Солнца понадобится, чтобы полностью замостить этими наночастицами школьное футбольное поле размерами 50 на 90 метров? **(2 балла)**

Считать, что

- длина ребра наночастиц составляет $a = 5$ нм, плотность материала наночастиц равна $\rho = 4,8$ г/см³,
- расстояние от Земли до Солнца составляет 150 миллионов километров,
- кубические наночастицы укладываются грань к грани.

Задача 3. Перекладывание атомов (5 баллов)



Если взять

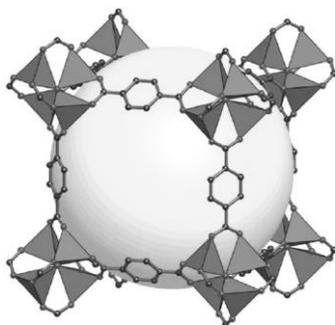
- один тетраэдрический кластер, на ребро которого приходится $2a$ атомов металла,
- и четыре тетраэдрических кластера, на ребро каждого из которых приходится $a - 1$ атомов металла,

то из всех составляющих их атомов можно собрать без остатка

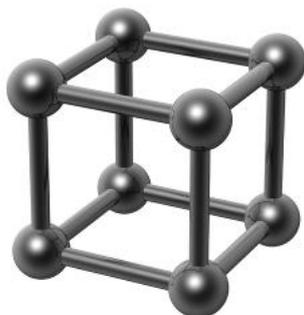
- новый кластер в форме стопки из x треугольных слоев, на ребро каждого из которых приходится a атомов металла.

1. Найдите, чему равно x . (3,5 балла)
2. Сколько всего атомов в итоговом кластере, если $a = 8$? (1,5 балла)

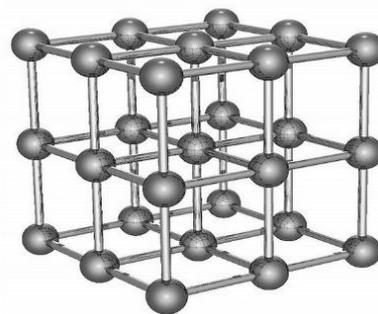
Задача 4. Металл-органический каркас (10 баллов)



а)



б)



в)

Рис. 1. Модель MOF-структуры.

- а) Элементарная ячейка состоит из расположенных в вершинах куба кластеров металла, связанных органическими цепочками;
 б) упрощенная схема элементарной ячейки;
 в) фрагмент трехмерной структуры

Для некоторой металл-органической каркасной (MOF) структуры (рис. 1) рассмотрим упрощенную модель (рис. 1), в которой

- кластеры металла имеют форму шара с радиусом $r_k = 0,5$ нм и массой $m_k = 1,21 \cdot 10^{-21}$ г,
- связывающие их цепочки представляют собой цилиндры с радиусом $r_c = 0,25$ нм, длиной $l_c = 0,4$ нм и массой $m_c = 0,15 \cdot 10^{-21}$ г.

1. Рассчитайте плотность ρ (в г/см³) и долю пустот в объеме ω (в %) для такой MOF-структуры. **(4 балла)**
2. Рассчитайте диаметр пор в MOF-структуре как максимально возможный диаметр сферической частицы, способной пройти сквозь структуру материала. **(2 балла)**
3. Рассчитайте диаметр внутренней полости в MOF-структуре как максимально возможный диаметр сферической частицы, которая могла бы поместиться внутри каждой ячейки (рис. 1а). Какие именно элементы MOF-структуры ограничивают размеры этой полости? **(4 балла)**

Дополнительные материалы

$\pi \approx 3,1$

Общее число атомов в тетраэдрическом кластере, на ребро которого приходится n атомов:

$$T_d = (n^3 + 3n^2 + 2n)/6.$$

Число атомов в треугольнике, на ребро которого приходится n атомов:

$$T = n(n + 1)/2.$$



Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
5 – 10 классы (заключительный этап)
Математика. Вариант I. Решения

Решение задачи 1. Дендример (5 баллов)

1. $M(n)$ представляет собой n -й член геометрической прогрессии с первым членом $M(1) = 2$ и знаменателем $q = 2$.

Таким образом, $M(n) = M(1) \cdot 2^{n-1} = 2 \cdot 2^{n-1} = 2^n$.

В свою очередь, $N(n)$ является суммой первых n членов такой геометрической прогрессии, а также «центрального» звена:

$$\begin{aligned} N(n) &= 1 + \sum_{k=1}^n M(k) = 1 + \sum_{k=1}^n M(1)q^{k-1} = 1 + \frac{M(1)(q^n - 1)}{q - 1} = 1 + \frac{2(2^n - 1)}{2 - 1} = \\ &= 1 + 2(2^n - 1) = 2^{n+1} - 1. \end{aligned}$$

2. Найдем n для $M(n) = 64$:

$$64 = 2^n$$

$$2^6 = 2^n$$

$$n = 6.$$

То есть, 64 мономерных звена присоединяется к полимеру в шестом поколении.

3. Всего в полимерной молекуле при этом будет $N(6) = 2^{6+1} - 1 = 128 - 1 = 127$ мономерных звеньев.

Решение задачи 2. От Земли до Солнца (5 баллов)

1. Расстояние от Земли до Солнца

$$L = 150 \cdot 10^6 \text{ км} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ м.}$$

Длина ребра наночастицы составляет 5 нм = $5 \cdot 10^{-9}$ м.

Всего частиц в такой цепочке будет

$$N = L/l, N = 1,5 \cdot 10^{11} / (5 \cdot 10^{-9}) = 3 \cdot 10^{19} \text{ шт.}$$

Объем этих наночастиц равен

$$V = Na^3, V = 3 \cdot 10^{19} \cdot (5 \cdot 10^{-9})^3 = 15 \cdot 25 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3 = 3,75 \text{ см}^3.$$

Масса этих наночастиц составляет

$$m = Vb, m = 3,75 \cdot 4,8 = 18 \text{ г.}$$

2. Площадь, на которой можно расположить **N** частиц:

$$S = Na^2, S = 3 \cdot 10^{19} \cdot (5 \cdot 10^{-9})^2 = 750 \text{ м}^2.$$

Площадь футбольного поля составляет $S_{\text{ф}} = 90 \cdot 50 = 4500 \text{ м}^2$.

Следовательно, на одном поле поместится $x = S_{\text{ф}}/S = 4500/750 = 6$ таких цепочек.

Решение задачи 3. Перекладывание атомов (5 баллов)

1. Запишем данные, приведенные в условии, как уравнение относительно **a**:

$$((2a)^3 + 3(2a)^2 + 2 \cdot 2a)/6 + 4 \cdot ((a-1)^3 + 3(a-1)^2 + 2(a-1))/6 = xa(a+1)/2$$

Приведем к общему знаменателю:

$$(2a)^3 + 3(2a)^2 + 2 \cdot 2a + 4 \cdot ((a-1)^3 + 3(a-1)^2 + 2(a-1)) = 3xa(a+1)$$

Раскроем скобки:

$$8a^3 + 12a^2 + 4a + 4 \cdot (a^3 - 3a^2 + 3a - 1 + 3(a^2 - 2a + 1) + 2a - 2) = 3xa(a+1)$$

$$8a^3 + 12a^2 + 4a + 4a^3 - 12a^2 + 12a - 4 + 12a^2 - 24a + 12 + 8a - 8 = 3xa(a+1)$$

$$12a^3 + 12a^2 = 3xa(a+1)$$

$$4a^2 + 4a = x(a+1)$$

$$4a(a+1) = x(a+1)$$

То есть,

$$x = 4a.$$

2. Тогда

$$N = xa(a+1)/2$$

$$a = 8, x = 32, N(8) = 32 \cdot 8(8+1)/2 = 32 \cdot 36 = 1152.$$

Решение задачи 4. Металл-органический каркас (10 баллов)

1. Рассмотрим отдельную кубическую ячейку в структуре MOF: центры кластеров металла расположены в вершинах куба, а центральные оси цепочек совпадают с его ребрами. На такой куб приходится ровно один кластер металла (в 8 вершинах куба расположено по одному кластеру, но каждый кластер принадлежит сразу 8 одинаковым кубам) и 3 цепочки (цепочки расположены вдоль 12 ребер куба, но каждая цепочка принадлежит сразу 4 кубам).

Чтобы рассчитать кажущуюся плотность материала, надо массу вещества, приходящуюся на выбранную ячейку, соотнести с объемом этой ячейки:

$$\rho = m/V_{\text{яч}} = (m_{\text{к}} + 3m_{\text{ц}})/(2r_{\text{к}} + l_{\text{ц}})^3$$

$$\rho = (1,21 \cdot 10^{-21} + 3 \cdot 0,15 \cdot 10^{-21}) / (2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-7} + 0,4 \cdot 10^{-7})^3 = 1,65 / 1,4^3 \approx 0,6 \text{ г/см}^3$$

При расчетах учитываем, что 1 нм = $1 \cdot 10^{-7}$ см.

Поскольку на одну ячейку приходится один кластер и три цепочки, то они занимают объем

$$V = 4/3 \cdot \pi r_{\text{к}}^3 + 3\pi r_{\text{ц}}^2 l_{\text{ц}}$$

$$V = 4/3 \cdot 3,1 \cdot 0,5^3 + 3 \cdot 3,1 \cdot 0,25^2 \cdot 0,4 \approx 0,52 + 0,23 = 0,75 \text{ нм}^3.$$

Следовательно,

$$\omega = (V_{\text{яч}} - V) / V_{\text{яч}} = ((2r_{\text{к}} + l_{\text{ц}})^3 - V) / (2r_{\text{к}} + l_{\text{ц}})^3$$

$$\omega = (1,4^3 - 0,75) / 1,4^3 \approx 0,73.$$

2. Диаметр поры будет диаметр окружности, вписанной в квадратную грань кубической ячейки с поправкой на толщину цепочек:

$$D_{\text{пор}} = 2r_{\text{к}} + l_{\text{ц}} - 2r_{\text{ц}}$$

$$D_{\text{пор}} = 2 \cdot 0,5 + 0,4 - 2 \cdot 0,25 = 0,9 \text{ нм}.$$

3. Диаметр центральной полости будет наименьшая из трех величин:

- диаметр сферы, вписанный в кубическую структуру, равный длине стороны куба:

$$D_1 = A = 2r_{\text{к}} + l_{\text{ц}}, D_1 = 2 \cdot 0,5 + 0,4 = 1,4 \text{ нм},$$

- расстояние между противоположными цепочками с поправкой на их толщину

$$D_2 = A\sqrt{2} - 2r_{\text{ц}}, D_2 = 1,4 \cdot 1,4 - 2 \cdot 0,25 \approx 1,5 \text{ нм},$$

- расстояние между кластерами металла, лежащими на противоположных концах большой диагонали куба, с поправкой на размер этих кластеров

$$D_3 = A\sqrt{3} - 2r_{\text{к}}, D_3 = 1,4 \cdot 1,7 - 2 \cdot 0,5 \approx 1,4 \text{ нм}.$$

Следовательно, размер центральной полости в MOF-структуре составляет 1,4 нм.



Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
5 – 10 классы (заключительный этап)
Биология. Вариант IV

Задача 1. Перекрестное опыление (5 баллов)

1. При перекрестном опылении растения опыляются благодаря внешним факторам. Подберите для каждого растения из списка А такой фактор из списка Б, который больше всего подходит для его опыления **(по 1 баллу за каждую пару)**:

А

1. Красный клевер
2. Ель обыкновенная
3. Роголистник подводный
4. Баобаб африканский

Б

- А. Пальмовый крылан (летучая мышь)
- Б. Шмель
- В. Ветер
- Г. Вода

Конкретному растению может соответствовать только один фактор.

2. Как вы думаете, цветы какого растения из перечисленных не содержат нектара? **(1 балл)**

Задача 2. Гномы и великаны (5 баллов)

В сказках часто упоминается средство, которое может сделать вас очень маленьким или очень большим. В нашем организме тоже вырабатывается такое вещество.

1. Как вы думаете, в какой период физического развития синтез этого вещества в нашем организме максимальный? **(1 балл)**
2. Какой орган отвечает за выработку этого вещества? **(2 балла)**
3. Какой тип ткани образует этот орган? **(1 балл)**
4. Как называется это вещество? **(1 балл)**

Задача 3. Красные кровяные клетки (5 баллов)

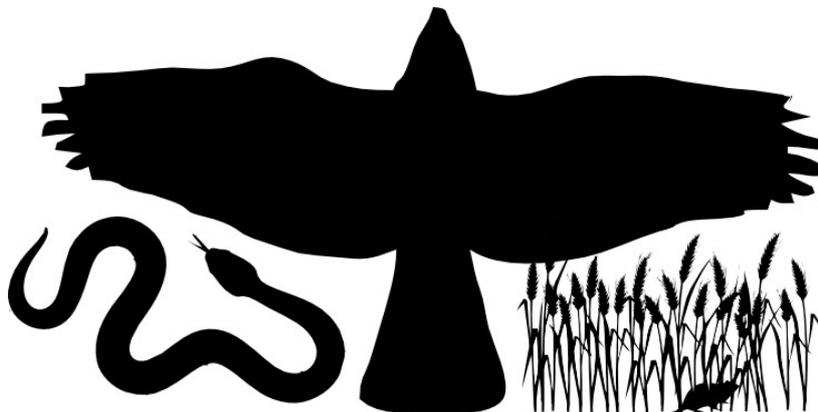
Почемучкин нашел образцы мазков крови различных позвоночных, на которых он под микроскопом разглядел эритроциты.

1. Ниже приведена таблица с описанием эритроцитов в мазках крови животных. Для каждого образца напишите в таблице класс позвоночных, которому принадлежат эритроциты. **(По 1 баллу за каждый правильный ответ)**

Описание формы и размера эритроцитов	Количество клеток в мм ³	Класс позвоночных
А. Овальные, двояковыпуклые, с ядром, длина 21 мкм, ширина 14 мкм	400 тысяч	
Б. Округлые, двояковогнутые, без ядра, диаметр 4 мкм	13 млн	
В. Овальные, двояковыпуклые, с ядром, длина 12 мкм, ширина 8 мкм	100 тысяч	
Г. Овальные, двояковыпуклые, с ядром, длина 11 мкм, ширина 6 мкм	3 млн	

2. Какие еще свойства эритроцитов, отличающиеся для указанных групп животных, вы знаете? **(1 балл)**

Задача 4. Ястребы, мыши и змеи (10 баллов)



На одном изолированном острове обитают популяции змей, мышей и ястребов. Основным источником питания мышей являются злаки. Пусть средний суммарный прирост биомассы ястреба, необходимый для его нормальной жизнедеятельности, составляет 20 кг/год. В 1 кг их биомассы содержится 150 кДж энергии.

Для расчетов принимаем, что трансформация энергии в экосистеме осуществляется согласно правилу Линдемана (закон пирамиды): на более высокий уровень энергии передается только 10% от накопленного.

1. Определите массу злаков необходимую для прироста ястреба за год, если в 1 кг злаков содержится 100 кДж энергии. **(6 баллов)**
2. Какова будет масса злаков, необходимая для прироста ястребов в год, если бы ястребы питались не только змеями, но и мышами (рацион ястреба состоит на 90% из мышей и на 10% из змей, правило Линдемана по-прежнему распространяется на экосистему)? **(4 балла)**



**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
 5 – 10 классы (заключительный этап)
 Биология. Вариант IV. Решения**

Решение задачи 1. Перекрестное опыление (5 баллов)

1. Красный клевер – шмель 1-Б.
 Ель обыкновенная – ветер 2-В.
 Роголистник подводный – вода 3-Г.
 Баобаб африканский – пальмовый крылан 4-А.
2. Цветы роголистника подводного не содержат нектар, так как опыление происходит под водой.

Решение задачи 2. Гномы и великаны (5 баллов)

1. Начиная с рождения до окончания полового созревания.
2. Гипофиз.
3. В основном гипофиз образован эпителиальной тканью, задняя часть гипофиза нервной тканью.
4. Гормон роста или соматропин.

Решение задачи 3. Красные кровяные клетки (5 баллов)

1.

Описание формы и размера эритроцитов	Количество клеток в мм ³	Класс позвоночных
А. Овальные, двояковыпуклые, с ядром, длина 21 мкм, ширина 14 мкм	400 тысяч	Амфибии
Б. Округлые, двояковогнутые, без ядра, диаметр 4 мкм	13 млн	Млекопитающие
В. Овальные, двояковыпуклые, с ядром, длина 12 мкм, ширина 8 мкм	100 тысяч	Рыбы
Г. Овальные, двояковыпуклые, с ядром, длина 11 мкм, ширина 6 мкм	3 млн	Птицы

2. Любой разумный правильный ответ.

Примеры:

Сродство гемоглобина к кислороду меняется у животных в зависимости от интенсивности метаболизма. Так сродство гемоглобина к кислороду выше у рыб, чем у лягушек, у лягушек выше, чем у птиц и млекопитающих. Это позволяет эритроцитам птиц и млекопитающих легче отдавать тканям кислород.

В эритроцитах рыб, лягушек и птиц большую площадь занимает ядро, следовательно, кислорода они переносят меньше, чем эритроциты человека.

Продолжительность жизни эритроцитов разных классов позвоночных отличается, так эритроциты у птиц и лягушек живут несколько лет, а эритроциты млекопитающих в основном несколько месяцев.

В эритроцитах рыб, амфибий и птиц, в отличие от эритроцитов млекопитающих есть митохондрии, и это значит, что они способны производить АТФ не только путем гликолиза, но и через окислительное фосфорилирование.

Подмембранный цитоскелет у ядерных эритроцитов очень плотный, что не позволяет им так же легко менять форму, как это делают эритроциты млекопитающих

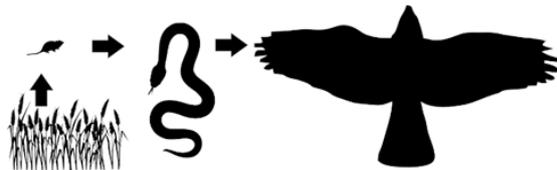
Решение задачи 4. Ястребы, мыши и змеи (10 баллов)

Трансформации энергии протекают в соответствии с правилом Линдемана.

1. Рассмотрим первый случай:

Пищевая цепь выглядит так: **(3 балла)**

Консумент 3-го порядка	ястребы
Консумент 2-го порядка	змеи
Консумент 1-го порядка	мыши
продуценты	злаки



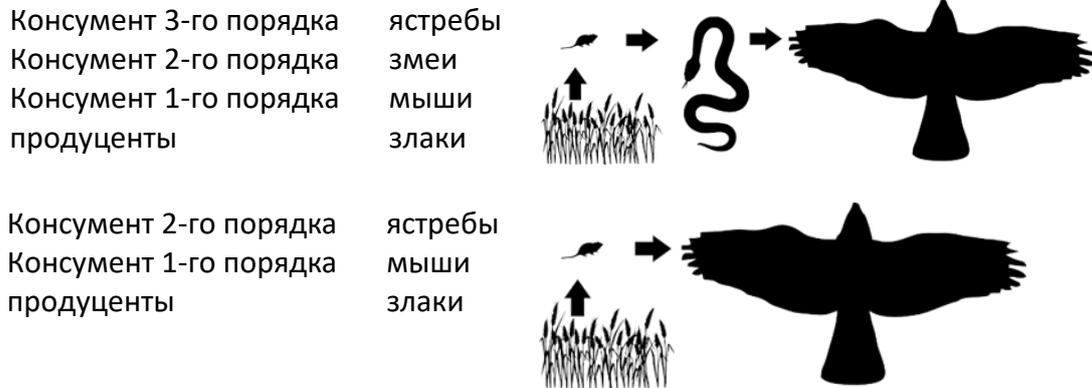
Рассчитаем количество энергии, необходимое для годового прироста биомассы ястреба: $20 \text{ кг/год} \times 150 \text{ кДж} = 3\,000 \text{ кДж}$

У нас цепочка из четырех звеньев. Согласно правила Линдемана, если на 4-ом уровне необходимо: $3\,000 \text{ кДж}$, то на 3-ом энергия будет составлять $3\,000 \text{ кДж} \times 10 = 3 \times 10^4 \text{ кДж}$. Соответственно на 1-ом уровне величина энергии будет составлять $3 \times 10^6 \text{ кДж}$.

Согласно условию задачи в 1кг растений содержится 100 кДж энергии. Значит $3 \times 10^6 \text{ кДж}$ энергии содержится в $(3 \times 10^6 / 100) 3 \times 10^4 \text{ кг}$ или 30 тонн злаков.

Ответ: 30 тонн. **(3 балла)**

2. Рассмотрим второй случай. В данном случае из 20 кг прироста ястреба в год 18 кг (90%) обусловлено мышами, а 2 кг змеями (10 %). То есть мы можем условно разделить пищевую пирамиду на две: **(2 балла)**



Рассчитаем количество энергии, необходимое для годового прироста биомассы ястреба: $20 \text{ кг/год} \times 150 \text{ кДж} = 3\,000 \text{ кДж}$, из них 10% (300 кДж) происходит по 1 пути, а 2700 кДж по второму.

В первой пирамиде у нас цепочка из четырех звеньев. Согласно правила Линдемана, если на 4-ом уровне необходимо: 300 кДж, то на 1-ом уровне величина энергии будет составлять - $3 \times 10^5 \text{ кДж}$. Во второй пирамиде у нас цепочка из трех звеньев. Если на 3-ем уровне необходимо: 2700 кДж, то на 1-ом уровне величина энергии будет составлять - $2,7 \times 10^5 \text{ кДж}$.

Рассчитаем общее количество необходимых злаков. Согласно условию задачи в 1кг растений содержится 100 кДж энергии.

Значит, требуется $(3 \times 10^5 \text{ кДж}/100) + (2,7 \times 10^5 \text{ кДж}/100) = 5,7 \times 10^3 \text{ кг}$ или 5,7 тонны злаков.

Ответ: 5,7 тонны. **(2 балла)**