



**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
для школьников 10 – 11 классов (заключительный этап)
Химия. Вариант II**

Задача 1. Колоссальное магнетосопротивление (5 баллов)

Колоссальное магнетосопротивление – эффект, состоящий в резком изменении сопротивления материала во внешнем магнитном поле. В качестве такого материала может выступать соединение $\text{La}_{0.7}\text{X}_{0.3}\text{MnO}_3$, то есть манганат лантана, в котором 30% катионов лантана замещены на катионы элемента X.

1. Определите неизвестный элемент X, если молярная масса $\text{La}_{0.7}\text{X}_{0.3}\text{MnO}_3$ на 6.36% меньше молярной массы незамещённого манганата (III) LaMnO_3 . Ответ подтвердите расчётом. **(3 балла)**
2. Каковы степени окисления марганца в соединении $\text{La}_{0.7}\text{X}_{0.3}\text{MnO}_3$? Ответ поясните. **(2 балла)**

Задача 2. Пленки диоксида кремния (5 баллов)

Один из способов получения пленок диоксида кремния – химическое осаждение из газовой фазы. Твердый SiO_2 образуется при нагревании кремнийсодержащих веществ в газовой фазе. Одна из таких реакций – разложение тетраэтоксисилана $\text{Si}(\text{OC}_2\text{H}_5)_4$ – является реакцией нулевого порядка, т.е. протекает с постоянной скоростью.

1. Напишите уравнение реакции. **(2 балла)**
2. За 5 минут концентрация вещества в газовой фазе уменьшилась с $6.0 \cdot 10^{-4}$ моль/л до $5.0 \cdot 10^{-4}$ моль/л. За какое время реакция завершится полностью, если начальная концентрация равна $6.0 \cdot 10^{-4}$ моль/л? **(3 балла)**

Задача 3. Синтез наночастиц золота (5 баллов)

Для получения наночастиц золота поступили следующим образом. Растворением золота в царской водке получили вещество A_1 , через который пропустили силан SiH_4 . Наблюдали образование окрашенного раствора, содержащего наночастицы, и выпадение белого осадка A_2 массой 234 мг.

1. Напишите формулы веществ A_1 и A_2 . **(2 балла)**
2. Составьте уравнение реакции с силаном. **(1 балл)**
3. Рассчитайте количество полученных наночастиц золота (в молях), считая, что все они сферические и имеют радиус 3.0 нм, радиус атома золота примите равным 0.15 нм. **(2 балла)**

Задача 4. Два полезных металла (10 баллов)

Важная деталь современных планарных газовых сенсоров – микронагреватель – получается методом магнетронного напыления из сплава металлов **А** и **Б**, известных также своими каталитическими свойствами. В лаборатории было решено уточнить массовые доли металлов в сплаве. Для этого через плёнки сплава массой 1.00 г пропускали фтор при температуре 700°C. При этом образовались вещества **В** и **Г** (*реакции 1, 2*), в каждом из которых мольная доля соответствующего металла составила 14.3%. Масса **В** составила 1.41 г. Вещества разделили и через вещество **В** пропустили кислород, в результате чего образовалось ионное вещество **Д** (*реакция 3*), катион которого состоит только из атомов кислорода.

1. Определите вещества **А** – **Д**, если известно, что массовая доля кислорода в **Д** составляет 9.38%, а массовая доля металла в **Г** равна 47.44%. Ответ подтвердите расчётами. Напишите уравнения реакций (1) – (3) **(5 баллов)**
2. Найдите массовые доли металлов **А** и **Б** в исходном сплаве. **(1 балл)**

Через вещество **Г** в присутствии воды пропустили жёлто-зелёный газ **Е** с резким запахом, результате образовался газ **Ж**, являющийся сильным окислителем. При пропускании **Ж** через горячую воду (*реакция 4*) выделились два газа (один из них – **Е**) в мольном соотношении 2:1, и образовался раствор HF. Средняя молярная масса газовой смеси составила 58 г/моль.

3. Определите вещества **Е** и **Ж**, ответ подтвердите расчётами. Напишите уравнение реакции (4). **(2 балла)**

Исходный сплав наносят на контактные сетки, устанавливаемые и используемые в процессе получения важного продукта химической промышленности.

4. Рассчитайте площадь поверхности такой сетки, если её можно представить в виде трубки диаметром 2 мм и длиной 4000 м. В какой важнейшей промышленной реакции сплав этих металлов является катализатором? Напишите уравнение этой реакции (*реакция 5*). **(2 балла)**



**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
 для школьников 10 – 11 классов (заключительный этап)
 Химия. Вариант II. Решения**

Решение задачи 1. Колоссальное магнетосопротивление (5 баллов)

1. Пусть молярная масса элемента X равна x г/моль. Тогда с одной стороны, молярная масса $\text{La}_{0.7}\text{X}_{0.3}\text{MnO}_3$ равна

$$M(\text{La}_{0.7}\text{X}_{0.3}\text{MnO}_3) = 0.7 \cdot 138.91 + 0.3 \cdot x + 1 \cdot 54.94 + 3 \cdot 16.00 = 200.177 + 0.3x \frac{\text{г}}{\text{моль}}$$

Молярная масса незамещенного манганата(III):

2.

$$M(\text{LaMnO}_3) = 138.91 + 54.94 + 3 \cdot 16.00 = 241.85 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$$

По условию,

$$\frac{200.177 + 0.3x}{241.85} = 0.9364,$$

$$x = 87.64 \text{ г/моль, X – стронций.}$$

Соединение – $\text{La}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$.

2. В соединении $\text{La}_{0.7}\text{Sr}_{0.3}\text{MnO}_3$ марганец присутствует в двух степенях окисления: 70% атомов марганца в степени окисления +3 и 30% атомов марганца в степени окисления +4. Это позволяет обеспечить электронейтральность соединения, в котором часть трёхзарядных катионов лантана заместили двухзарядными катионами стронция.

Решение задачи 2. Пленки диоксида кремния (5 баллов)

1. Возможное уравнение: $\text{Si}(\text{OC}_2\text{H}_5)_4 = \text{SiO}_2 + 4\text{C}_2\text{H}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$.

Принимается любое разумное уравнение.

2. Реакция 0-го порядка протекает с постоянной скоростью, в нашем случае $1.0 \cdot 10^{-4} / 5 = 2.0 \cdot 10^{-5}$ моль/л/мин. Время полного разложения: $6.0 \cdot 10^{-4} / 2.0 \cdot 10^{-5} = 30$ мин.

Решение задачи 3. Синтез наночастиц золота (5 баллов)

1. $A_1 - \text{HAuCl}_4$ (1 балл), $A_2 - \text{H}_2\text{SiO}_3$ (1 балл)
2. Уравнение реакции: $8\text{HAuCl}_4 + 3\text{SiH}_4 + 9\text{H}_2\text{O} = 8\text{Au} + 3\text{H}_2\text{SiO}_3 + 32\text{HCl}$
3. $\nu(\text{H}_2\text{SiO}_3) = 234 / 78 = 3$ ммоль, отсюда $\nu(\text{Au}) = 8$ ммоль (1 балл)

$$V = 4/3 \cdot \pi R^3$$

$$N(\text{атомов в одной НЧ}) = V(\text{НЧ}) / V(\text{ат}) = (R(\text{НЧ})/R(\text{ат}))^3 = (3/0.15)^3 = 8000. \text{ (1 балл)}$$

$$\nu(\text{НЧ}) = 8 \text{ ммоль} / 8000 = 1 \text{ мкмоль. (1 балл)}$$

Решение задачи 4. Два полезных металла (10 баллов)

- 1-2. Мольные доли металлов в **В** и **Г** $\chi = 14.3\%$, значит, **В** и **Г** имеют состав AF_6 и BF_6 . Вещество **Д** содержит в себе катион, полностью состоящий из кислорода, это – O_2^+ . Тогда $M(\text{Д}) = \frac{2 \times 16 \text{ г/моль}}{0.0938} \approx 341 \text{ г/моль}$. Учитывая, что в молекуле **В** 6 атомов фтора, получим $M(\text{А}) = 195 \text{ г/моль}$, следовательно, **А** = Pt, **В** = PtF_6 , **Д** = $\text{O}_2^+\text{PtF}_6^-$.

Вещества **В** образовалось 1.41 г, значит, $\nu(\text{PtF}_6) = \frac{1.41 \text{ г}}{309 \text{ г/моль}} \approx 4.5 \text{ ммоль} = \nu(\text{Pt})$, следовательно, $m(\text{Pt}) = 4.5 \text{ ммоль} \times 195 \text{ г/моль} = 0.88 \text{ г}$. Сплав содержит 88% платины.

Массовая доля металла **Б** в **Г** составляет 47.44%, значит, $\omega(\text{F}) = 0.5256$. Зная, что молекула **Г** содержит 6 атомов F, получим $M(\text{Б}) = \frac{6 \times 19 \text{ г/моль}}{0.5256} - 6 \times 19 \text{ г/моль} = 102.9 \text{ г/моль} \Rightarrow \text{Б} = \text{Rh}, \text{Г} = \text{RhF}_6$. Родий составляет 12% массы сплава.

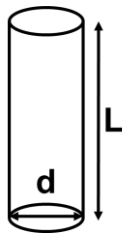
3. Очевидно, что желто-зелёный газ с резким запахом – хлор. При реакции с высшим фторидом металла, образуется интергалогенид ClF_n , где $n = 1, 3, 5$. Далее интергалогенид реагирует с водой с образованием газовой смеси. $M_{\text{ср}} = 58 \text{ г/моль}$ соответствует смеси $2\text{Cl}_2 + \text{O}_2$. Такая смесь образуется при гидролизе ClF.

А	Б	В	Г	Д	Е	Ж
Pt	Rh	PtF_6	RhF_6	$\text{O}_2^+\text{PtF}_6^-$	Cl_2	ClF

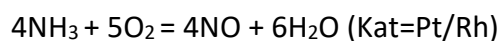
Уравнения реакций:

- 1) $\text{Pt} + 3\text{F}_2 = \text{PtF}_6$
- 2) $\text{Rh} + 3\text{F}_2 = \text{RhF}_6$
- 3) $\text{O}_2 + \text{PtF}_6 = \text{O}_2^+\text{PtF}_6^-$
- 4) $4\text{ClF} + 2\text{H}_2\text{O} = 2\text{Cl}_2\uparrow + \text{O}_2\uparrow + 4\text{HF}$

4. Площадь поверхности рассчитаем, как площадь боковой поверхности цилиндра: $S = 2\pi rL = \pi dL$; $S = \pi \times 2 \times 10^{-3} \text{ м} \times 4000 \text{ м} = 25 \text{ м}^2$.



Сплав Pt/12%Rh используется в качестве катализатора в реакции окисления аммиака в процессе получения азотной кислоты:

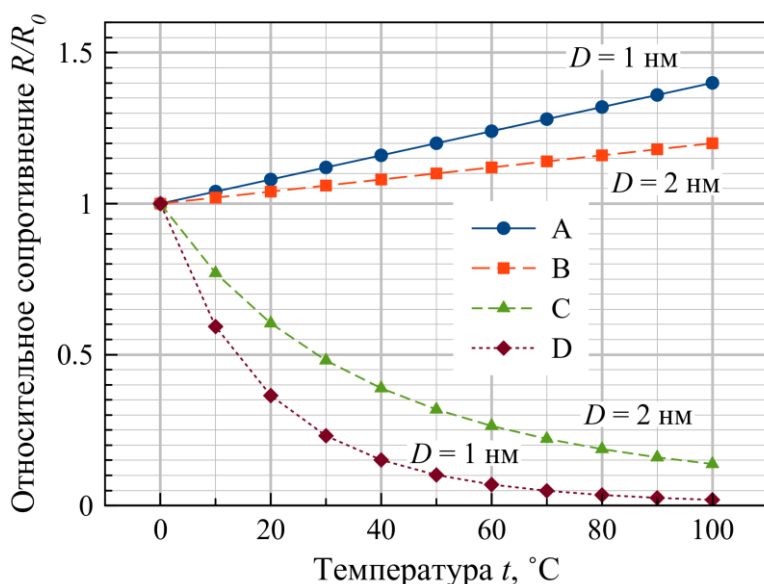




**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
 для школьников 10 – 11 классов (заключительный этап)
 Физика. Вариант IV**

Задача 1. Углеродные нанотрубки (5 баллов)

В зависимости от конфигурации атомов углерода, нанотрубки могут обладать металлическим или полупроводниковым типом проводимости. Они характеризуются разными температурными зависимостями сопротивления. На рисунке представлены зависимости относительного сопротивления от температуры для четырех нанотрубок (две диаметром $D = 1$ нм и две диаметром $D = 2$ нм).



1. Для каждой зависимости A, B, C и D определите тип проводимости. **(1 балл)**
2. Для нанотрубки диаметром $D = 2$ нм с металлическим типом проводимости рассчитайте температурный коэффициент сопротивления α . **(2 балла)**
3. Какие нанотрубки (какой тип проводимости и диаметр) следует взять, чтобы построить на их основе максимально чувствительный детектор изменения температуры в области низких и высоких температур? Ответ подкрепите численными оценками. **(2 балла)**

Задача 2. Ионное травление (5 баллов)

Известно, что ускоренные ионы ксенона способны выбивать атомы с определённого участка на поверхности обрабатываемого материала. Такой метод наноструктурирования поверхности называется травлением ионным пучком.

1. Определите кинетическую энергию (в Дж) и скорость (в м/с) ионов Xe^+ , ускоренных разностью потенциалов $U = 2.3$ кВ. Масса иона ксенона $m = 131$ а.е.м.
 $1 \text{ а.е.м.} = 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ **(2 балла)**
2. Определите кинетическую энергию теплового движения (в Дж) и скорость (в м/с) ионов Xe^+ при температуре $T = 298 \text{ К}$. **(2 балла)**
3. Для чего ионы ксенона необходимо ускорять электрическим полем? Дайте аргументированный ответ, сравнив скорости ионов Xe^+ из вопросов 1 и 2. **(1 балл)**

Задача 3. Лазерное плавление (5 баллов)

Сфокусированное импульсное лазерное излучение может быть использовано для локального плавления тонких металлических пленок.

1. При какой минимальной средней мощности P импульсного лазера с частотой следования импульсов $f = 100$ кГц будет достигаться режим полного плавления единичным импульсом для алюминиевой пленки толщиной $h = 200$ нм при диаметре облучаемой области $D = 200$ мкм? Коэффициент отражения $R = 0.8$. Потерями энергии на нагрев окружающей пленки, подложки и воздуха пренебречь. **(4 балла)**
2. Как изменится объем расплавленной области по сравнению с объемом той же части пленки до облучения? **(1 балл)**

Плотность алюминия $\rho = 2.7 \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$, удельная теплота плавления $\lambda = 390 \frac{\text{кДж}}{\text{кг}}$, удельная теплоемкость $c = 897 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$, температура плавления $T_{\text{пл}} = 660$ °С. Начальная температура пленки: 25 °С.

Задача 4. Кто быстрее? (10 баллов)

С небольшой горы с постоянным углом наклона α на лыжах съезжают взрослый и ребенок. Кто из них быстрее достигнет основания горы при одновременном старте с нулевой начальной скоростью и одинаковом коэффициенте трения между лыжами и снегом? При решении рассмотреть следующие случаи:

- 1) силой сопротивления воздуха можно пренебречь; **(2 балла)**
- 2) считать, что сила сопротивления воздуха зависит только от скорости (прямо пропорционально); **(4 балла)**
- 3) считать, что сила сопротивления воздуха зависит как от скорости, так и от площади поперечного сечения лыжника (прямо пропорционально). **(4 балла)**

Ответы поясните.



**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
 для школьников 10 – 11 классов (заключительный этап)
 Физика. Вариант IV. Решения**

Решение задачи 1. Углеродные нанотрубки (5 баллов)

1. Сопротивление металлов с ростом температуры линейно растет, а полупроводников – экспоненциально падает. Поэтому кривые А и В соответствуют металлическому типу проводимости, а кривые С и D – полупроводниковому.
2. Температурная зависимость сопротивления:

$$R = R_0(1 + \alpha t), \alpha = \left(\frac{R}{R_0} - 1\right)/t$$

Таким образом, температурный коэффициент сопротивления - это тангенс угла наклона прямой на рисунке.

$$\alpha = \frac{0.2}{100} = 2 \cdot 10^{-3} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

3. Чувствительность детектора тем больше, чем больше относительное изменение сопротивления $\frac{\Delta R}{R}$ при одинаковом изменении температуры Δt . По графику видно, что при изменении температуры в области 0-10 °С самое большое относительное изменение сопротивления имеет нанотрубка с полупроводниковой проводимостью и диаметром $D = 1$ нм (кривая D): $\frac{|\Delta R|}{R} \approx 0.6$. В области высоких температур (90-100 °С) - нанотрубка с металлической проводимостью и диаметром $D = 1$ нм (кривая А):

$$\frac{|\Delta R|}{R} \approx 0.04.$$

Решение задачи 2. Ионное травление (5 баллов)

1. Потенциальная энергия частицы с зарядом q в электрическом поле с разностью потенциалов U равна

$$E_p = qU$$

Кинетическая энергия частицы массой m , движущейся со скоростью v , равна

$$E_k = \frac{mv^2}{2}$$

По закону сохранения энергии максимальная кинетическая энергия должна быть равна потенциальной энергии, то есть

$$qU = \frac{mv^2}{2}$$

$$v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$$

Следовательно,

$$E_k = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 2300 \text{ В} = 3.68 \cdot 10^{-16} \text{ Дж}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 3.68 \cdot 10^{-16} \text{ Дж}}{131 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}} = 58002 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

2. Кинетическая энергия теплового движения равна

$$E_k = \frac{3}{2} kT$$

$$E_k = \frac{3}{2} \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}} \cdot 298 \text{ К} = 6.17 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}$$

Скорость такого иона ксенона равна

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6.17 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}}{131 \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}}} = 237 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Скорость иона ксенона, ускоренного разностью потенциалов 2.3 кВ, в $\frac{58002}{237} = 245$ раз больше скорости теплового движения.

3. Ускорять ионы необходимо для повышения их кинетической энергии и, следовательно, увеличения силы удара ионов о поверхность материала. Это позволит эффективно выбивать (сравливать) атомы с поверхности материала.

Решение задачи 3. Лазерное плавление (5 баллов)

1. Масса облучаемой области металлической пленки:

$$m = V\rho = \frac{\pi D^2}{4} h\rho$$

Теплота, необходимая для полного плавления облучаемой области металлической пленки:

$$Q = cm\Delta T + \lambda m = \frac{\pi D^2}{4} h\rho(c\Delta T + \lambda)$$

Эта теплота должна быть равна энергии в одном импульсе лазера E , связанной со средней мощностью излучения P через частоту следования импульсов f :

$$P(1 - R) = Ef = Qf = \frac{\pi D^2}{4} h\rho(c\Delta T + \lambda)f$$

Минимальная средняя мощность P импульсного лазера, необходимая для полного плавления облучаемой области:

$$P = \frac{\pi D^2}{4(1-R)} h \rho (c \Delta T + \lambda) f = \frac{3.14 \cdot 4 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^{-7} \cdot 2700 \cdot (897 \cdot 635 + 390000) \cdot 10^5}{4 \cdot 0.2} \approx 8.15 \text{ Вт}$$

2. Плотность алюминия при плавлении уменьшается, как и для большинства металлов, следовательно, объем – увеличивается.

Решение задачи 4. Кто быстрее? (10 баллов)

1. Для решения задачи важно в первую очередь учесть, что взрослый и ребенок различаются по своей массе. При отсутствии силы сопротивления и равных значениях коэффициента трения μ ускорение не будет зависеть от массы лыжника и будет определяться выражением:

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha)$$

Время спуска по склону длиной L связано с ускорением формулой (при условии нулевой начальной скорости):

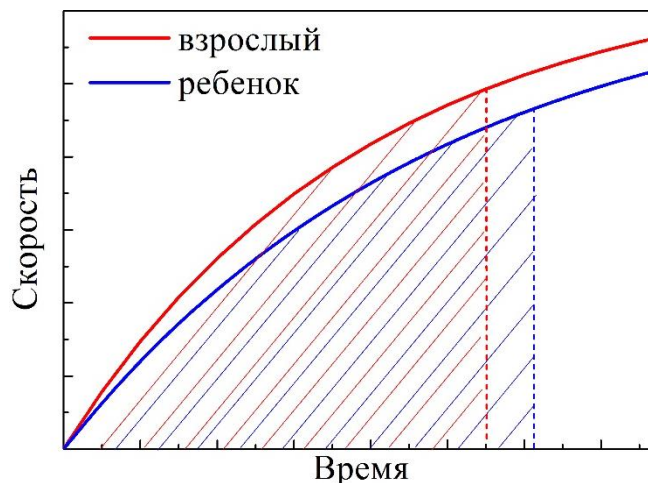
$$t = \sqrt{\frac{2L}{a}}$$

Таким образом, оба лыжника достигнут основания горы одновременно, поскольку их ускорения равны.

2. В случае, если сила сопротивления воздуха зависит только от скорости (k – коэффициент пропорциональности), ускорение лыжника будет определяться выражением:

$$a = g(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) - \frac{k}{m} v$$

Из этой формулы следует, что ускорение максимально в начальный момент времени (когда скорость равна нулю) и уменьшается в дальнейшем с ростом скорости лыжника. При этом мгновенное значение ускорения будет всегда больше у лыжника с большей массой при условии равенства их скоростей. При неограниченной длине спуска ускорение в определенный момент обратится в ноль, а скорость, возраставшая изначально, выйдет на установившееся значение. График зависимости скорости от времени для ограниченного по длине склона схематично представлен на рисунке.



Кривая скорости взрослого находится выше кривой скорости ребенка, что отражает факт зависимости мгновенного ускорения от массы: угол наклона касательной в точке с определенным значением скорости будет больше для кривой скорости взрослого лыжника по сравнению с углом наклона касательной в точке с тем же значением скорости для ребенка. Пройденный путь есть площадь под кривой $v(t)$. Из равенства площадей для спуска по склону конечной длины L (заштрихованные области на рисунке) следует, что время, затраченное на спуск взрослым лыжником, будет меньше, чем время, затраченное на спуск ребенком.

3. В случае, если сила сопротивления воздуха зависит как от скорости, так и от площади поперечного сечения лыжника S (n — результирующий коэффициент пропорциональности), ускорение лыжника будет определяться выражением:

$$a = g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - \frac{n}{m}Sv$$

В последнее слагаемое входит отношение площади поперечного сечения лыжника к его массе. Массу можно выразить через плотность ρ и объем, а объем в свою очередь приближённо можно представить как произведение площади поперечного сечения и некой средней «толщины» лыжника h . Таким образом, ускорение приближённо будет определяться выражением:

$$a \approx g$$

Учитывая, что средняя «толщина» взрослого больше, чем средняя «толщина» ребенка (а их плотности можно считать одинаковыми), мгновенное ускорение взрослого лыжника будет больше мгновенного ускорения ребенка при условии равенства их скоростей. Применяя далее рассуждения для графика $v(t)$, приведенные в п.2, снова приходим к выводу, что взрослый лыжник достигнет основания горы быстрее, чем ребенок.

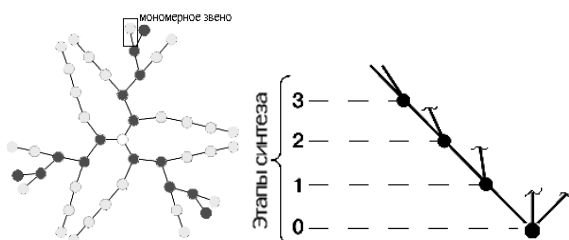


**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
 для школьников 10 – 11 классов (заключительный этап)
 Математика. Вариант III**

Задача 1. РНК и вероятность (5 баллов)

В ходе эксперимента были синтезированы набор из всех теоретически возможных линейных фрагментов РНК, состоящих из 2 нуклеотидов **С**, 4 нуклеотидов **U** и 3 нуклеотидов **Г**. Какова вероятность, что случайно выбранный из такого набора фрагмент РНК будет иметь структуру CCUUUUGGG? Последовательность нуклеотидов несимметрична, то есть имеет начало и конец.

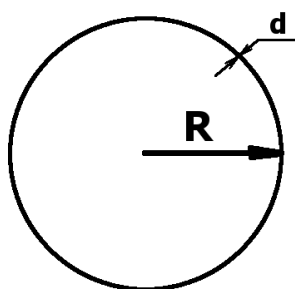
Задача 2. Гибридный дендример (5 баллов)



Рассмотрим синтез некоторого разветвленного полимера, в котором к центральному звену **A** на первом этапе присоединяется три мономерных звена **B**. На всех последующих этапах к звену **B** может присоединяться два новых звена, равновероятно, либо **B**, либо **C**, а к звену **C** может присоединяться только звено **C**. Присоединение возможно только к звеньям, присоединившимся на предыдущем этапе синтеза.

1. Выведите зависимость общего числа звеньев **B** и общего числа звеньев **C** в зависимости от числа этапов синтеза. **(3,5 балла)**
2. До какого номера этапа включительно доля звеньев **B** среди всех звеньев, составляющих полимер, будет больше 5%? **(1,5 балла)** При расчете доли звеньев **B** в полимере наличием центрального звена **A** пренебречь.

Задача 3. Липосомы (5 баллов)



Липосомы – сферические «пузырьки», заполненные жидкостью, стенки которых состоят из липидов. Для получения липосом в две одинаковые колбы с водой объемом $V_0 = 100$ мл добавили по $V_L = 0,2$ мл некоторого липида. После обработки ультразвуком в первой колбе образовались липосомы радиуса $R_1 = 40$ нм, а во второй – $R_2 = 80$ нм.

Рассчитайте объемную долю липосом в первой $\omega_1(\%)$ и во второй $\omega_2(\%)$ колбе, а также соотношение этих объемных долей, если толщина стенок липосом составляет $d = 4$ нм (рис.). При расчетах считать $\pi = 3,1$.

Задача 4. Развертка фуллерена (10 баллов)

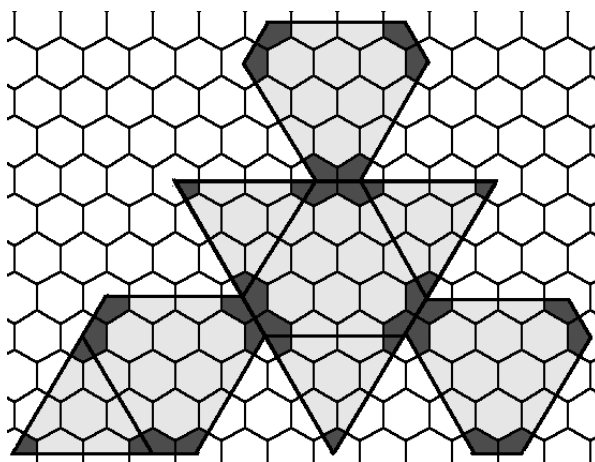


Рис. 1. Развертка фуллерена¹ X на графеновой плоскости. Более темным цветом отмечены области, формирующие пятиугольники.

Рассмотрим развертку A (рис. 1), отвечающую некоторому фуллерену¹ X, все пятиугольники в котором сгруппированы попарно. Края такой развертки перпендикулярны ребрам шестиугольников.

1. Из скольких атомов углерода состоит X? Сколько шестиугольников в его структуре? (2 балла)

¹Фуллерен – каркасная углеродная молекула, которую можно представить как выпуклый многогранник, состоящий из правильных пяти- и шестиугольников, в вершинах которого сходятся по три ребра.

Если **A** вырезать по контуру и склеить по линиям разреза, то получится многогранник **Y**, у которого имеется два типа граней (треугольные и шестиугольные) и два типа ребер: тип I – принадлежащие только шестиугольным граням многогранника **Y** и тип II – общие как для треугольных, так и для шестиугольных граней.

2. Чему равно число граней и ребер каждого из типов в **Y**? **(1,5 балла)** Усечением какого Платонова тела он может быть получен? **(0,5 балла)**
3. Какой многогранник получится, если соединить между собой середины ребер I типа? **(2 балла)**

Рассмотрим ряд фуллеренов, каждый из которых можно представить на графеновой плоскости в виде развертки, отличающейся от **A** только длиной ребер II типа. Эти развертки можно однозначно задать, определив пару чисел (n, m) , отвечающую такому ребру (рис. 2).

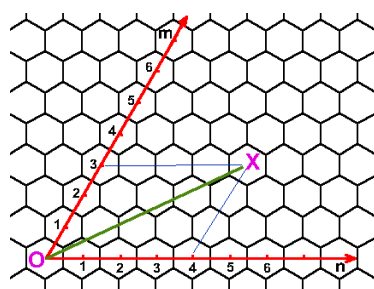


Рис. 2. Взаимное расположение пары шестиугольников (отмечены точками **O** и **X**) на графеновом листе описывается двумя целыми неотрицательными числами (n, m) , которые являются координатами центра одного из шестиугольников относительно центра другого в «скошенной» системе координат. На рисунке приведен пример для $(4, 3)$.

4. Выведите зависимость общего числа атомов **N** в фуллеренах этого ряда от (n, m) . **(3 балла)**
5. Установите (n, m) для фуллерена **X**. **(0,5 балла)**
6. Рассчитайте **N** для самого маленького фуллерена этого ряда. **(0,5 балла)**



**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
 для школьников 10 – 11 классов (заключительный этап)
 Математика. Вариант III. Решения**

Решение задачи 1. РНК и вероятность (5 баллов)

Общее число синтезированных фрагментов равно произведению числа способов выбрать положение двух нуклеотидов **С** во фрагменте РНК длиной $2 + 4 + 3 = 9$ нуклеотидов и числа способов выбрать положение четырех нуклеотидов **U** на оставшихся $9 - 2 = 7$ позициях:

$$N = C_9^2 \cdot C_7^4 = \frac{9!}{2!(9-2)!} \cdot \frac{7!}{4!(7-4)!} = \frac{9!}{2!3!4!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 5 \cdot 7 \cdot 4 \cdot 9 = 1260$$

Следовательно, вероятность выбрать из **N** вариантов структуры одну конкретную составляет:

$$P = 1/N = 1/1260 = 10000/1260 \cdot 10^{-4} = 7,9 \cdot 10^{-4}$$

Решение задачи 2. Гибридный дендример (5 баллов)

1. Рассмотрим синтез полимера поэтапно.

1 этап: как описано в условии, к центральному звену **A** присоединяется три звена **B**.

Общее число звеньев каждого типа при этом

$$N_{B1} = 3, N_{C1} = 0.$$

2 этап: к трем звеньям **B**, присоединенным на этапе 1, присоединяется 6 новых звеньев, 3 звена **B** и 3 звена **C**. Общее число звеньев каждого типа при этом

$$N_{B2} = 3 + 3 = 6, N_{C2} = 0 + 3 = 3.$$

3 этап:

- к трем звеньям **B**, присоединенным на этапе 2, присоединяется 6 новых звеньев, 3 звена **B** и 3 звена **C**;
- к 3 звеньям **C**, присоединенным на этапе 2, присоединяются еще 3 звена **C**.

Общее число звеньев каждого типа при этом

$$N_{B3} = 6 + 3 = 9, N_{C3} = 3 + (3 + 3) = 9.$$

Всего на третьем этапе присоединяется

$$M_3 = 3 + 6 = 3 \cdot 3 = 9 \text{ звеньев.}$$

4 этап:

- к трем звеньям **В**, присоединенным на этапе 3, присоединяется 6 новых звеньев, 3 звена **В** и 3 звена **С**;
- к шести звеньям **С**, присоединенным на этапе 3, присоединяются еще 6 звеньев **С**.

Общее число звеньев каждого типа при этом

$$N_{B4} = 9 + 3 = 12, N_{C4} = 9 + (3 + 6) = 18.$$

Всего на четвертом этапе присоединяется

$$M_4 = 3 + 9 = 3 \cdot 4 = 12 \text{ звеньев.}$$

n этап:

- к трем звеньям **В**, присоединенным на этапе $n - 1$, присоединяется 6 новых звеньев, 3 звена **В** и 3 звена **С**;
- всего на этапе присоединяется $M_n = 3n$ звеньев,
- таким образом, общее число звеньев **С**, присоединенных на данном этапе, равно
 $M_n - 3 = 3n - 3$ (разность общего числа звеньев и числа звеньев **В**).

Общее число звеньев каждого типа при этом

$$N_{Bn} = 3n, N_{Cn} = \sum_{k=1}^n (3k - 3) = 3 \sum_{k=1}^n k - 3n = 3n(n+1)/2 - 3n = 1,5n(n-1).$$

2. До какого номера этапа включительно доля звеньев **В** среди всех звеньев, составляющих полимер, будет больше 5%? **(1,5 балла)** При расчете доли звеньев **В** в полимере наличием центрального звена **А** пренебречь.
3. Доля звеньев **В** на n -м этапе синтеза равна

$$\omega = \frac{N_{Bn}}{N_{Bn} + N_{CBn}} = \frac{3n}{1,5n(n+1)} = \frac{2}{n+1}.$$

Составим неравенство:

$$2/(n+1) \geq 5/100$$

$$n+1 \leq 200/5$$

$$n \leq 40 - 1$$

$$n \leq 39$$

$$n = 39.$$

Решение задачи 3. Липосомы (5 баллов)

Рассчитаем объем липида, идущий на формирование одной липосомы радиуса R и толщиной липидной стенки d :

$$V_{L1} = \frac{4}{3}\pi(R^3 - (R-d)^3) = \frac{4}{3}\pi(3R^2d - 3Rd^2 + d^3)$$

Тогда для липосом в первой и во второй колбе

$$V_{L1}(1) = \frac{4}{3} \cdot 3,1(3 \cdot 40^2 \cdot 4 - 3 \cdot 40 \cdot 4^2 + 4^3) = 7,2 \cdot 10^4 \text{ нм}^3,$$

$$V_{L1}(2) = \frac{4}{3} \cdot 3,1(3 \cdot 80^2 \cdot 4 - 3 \cdot 80 \cdot 4^2 + 4^3) = 3,0 \cdot 10^5 \text{ нм}^3.$$

Следовательно, из $V_L = 0,2$ мл липида можно получить

$$N = V_L/V_{L1} = \frac{V_L}{\frac{4}{3}\pi(3R^2d - 3Rd^2 + d^3)} \text{ липосом.}$$

В первой колбе $N(1) = 0,2/7,2 \cdot 10^4 = 2,8 \cdot 10^{15}$ липосом.

Во второй колбе $N(2) = 0,2/3,0 \cdot 10^5 = 6,6 \cdot 10^{14}$ липосом.

По определению, объемная доля N липосом радиуса R в суммарной смеси равна

$$\omega = \frac{NV'_L}{V_0 + V_L} \cdot 100\% = \frac{\frac{4}{3}\pi NR^3}{V_0 + V_L} \cdot 100\% = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{V_0 + V_L} \cdot \frac{V_L}{\frac{4}{3}\pi(3R^2d - 3Rd^2 + d^3)} \cdot 100\%,$$

где V'_L – объем, занимаемый одной липосомой в растворе.

$$\text{Объем, занимаемый одной липосомой в первой колбе } V'_L(1) = \frac{4}{3}\pi R_1^3 = 2,6 \cdot 10^5 \text{ нм}^3.$$

$$\text{Объем, занимаемый одной липосомой во второй колбе } V'_L(2) = \frac{4}{3}\pi R_2^3 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ нм}^3.$$

и

$$\text{Объемная доля липосом в первой колбе } \omega_1 = 2,8 \cdot 10^{15} \cdot 2,6 \cdot 10^5 / (100,2 \cdot 10^{21}) = 0,73,$$

$$\text{объемная доля липосом во второй колбе } \omega_2 = 6,6 \cdot 10^{14} \cdot 2,1 \cdot 10^6 / (100,2 \cdot 10^{21}) = 1,40.$$

Тогда их соотношение составляет

$$\omega_2/\omega_1 = 1,40/0,73 = 1,9$$

Или, в общем виде,

$$\omega = \frac{V_L}{V_0 + V_L} \cdot \frac{R^3}{(3R^2d - 3Rd^2 + d^3)} \cdot 100\%$$

Объемная доля липосом в первой колбе $\omega_1 = 0,74$,

объемная доля липосом во второй колбе $\omega_2 = 1,40$

и

их соотношение $\omega_2/\omega_1 = 1,40/0,74 = 1,9$.

Решение задачи 4. Развертка фуллерена (10 баллов)

1. Число вершин в многограннике, отвечающем фуллерену X:

$$4 \cdot 22 \text{ (шестиугольник в A)} + 4 \cdot 9 \text{ (треугольник в A)} = 124.$$

Число шестиугольных граней в многограннике, отвечающем фуллерену X:

$$4 \cdot (6 + 6/2) \text{ (шестиугольник в A)} + 4 \cdot (1 + 6/2) \text{ (треугольник в A)} = 52.$$

2. Многогранник Y имеет форму усеченного тетраэдра. У него

- 4 треугольных грани (образованы на месте отсечения вершин «исходного» тетраэдра),
- 4 шестиугольных грани (образованы на месте граней «исходного» тетраэдра),
- 6 ребер типа I (ребра «исходного» тетраэдра),
- 12 ребер типа II (ребра, образовавшиеся при формировании треугольных граней).

3. В многограннике Y шесть ребер типа I расположены в пространстве симметрично.

При соединении центров этих ребер образуется многогранник, имеющий 6 вершин, 8 правильных треугольных граней и 12 ребер — это октаэдр.

4. По условию, развертка любого фуллерена из рассматриваемого ряда задается парой чисел, определяющих взаимное расположение концов ребер второго типа. Рассматривая рисунок 1 условия, можно установить, что любое такое ребро можно задать парой $(n, 0)$, поскольку, исходя из ориентации развертки относительно графеновых шестиугольников, один из параметров для него всегда равен 0.

Анализируя рисунок 1 условия, можно установить, что на треугольную грань многогранника Y приходится

$$N_3(n) = \sum_1^n (2k-1) = n(n+1)-1 = n^2 \text{ атомов углерода.}$$

Рассматривая шестиугольную грань **Y** как треугольник со стороной $(n+2)$ атомов углерода, у которого отсеки три малых треугольника со стороной $(1, 0)$, получаем общую зависимость

$$N(n, 0) = 4 \cdot N_6(n) + 4 \cdot N_3(n) = 4 \cdot (N_3(n+2) - 3 \cdot N_3(1)) + 4 \cdot N_3(n).$$

Подставляя полученное ранее выражение для $N_3(n)$, получаем

$$N(n, 0) = 4 \cdot ((n+2)^2 - 3 \cdot 1^2) + 4 \cdot n^2 = 4 \cdot (2n^2 + 4n + 1) = 8n^2 + 16n + 4.$$

5. $(3, 0)$.
6. Самым маленьким членом рассматриваемого ряда будет фуллерен, задаваемый парой $(1, 0)$:

$$N(1, 0) = 8 + 16 + 4 = 28.$$



**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
 для школьников 10 – 11 классов (заключительный этап)
 Биология. Вариант I**

Задача 1. Зеленая викторина: свет и тьма (5 баллов)

В первом столбце описаны процессы, происходящие в хлоропластах при фотосинтезе, а во втором фазы, при которых происходят эти процессы. К каждой графе в первом столбце подберите фазы из второго столбца.

Процессы:

Фазы фотосинтеза:

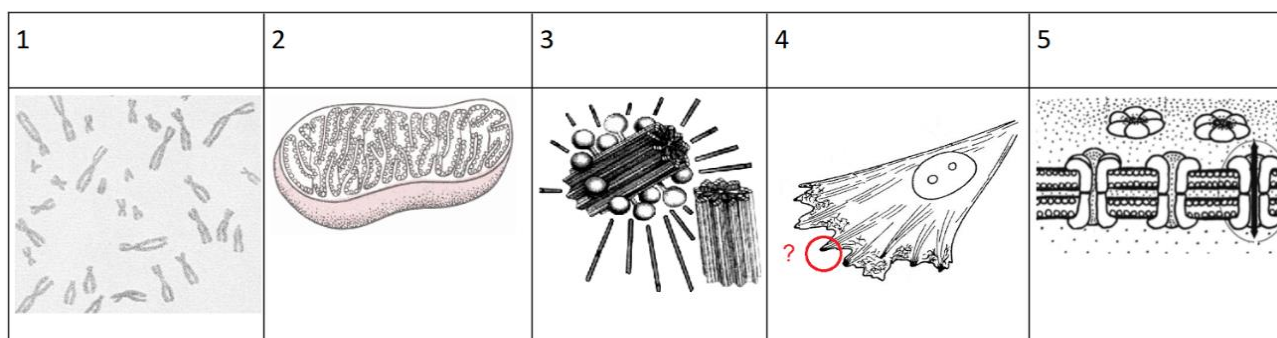
- А. фотон попадает на хлорофилл
- Б. фотолиз воды
- В. восстановление углерода
- Г. синтез АТФ
- Д. синтез глюкозы

- 1. световая
- 2. темновая

А	Б	В	Г	Д

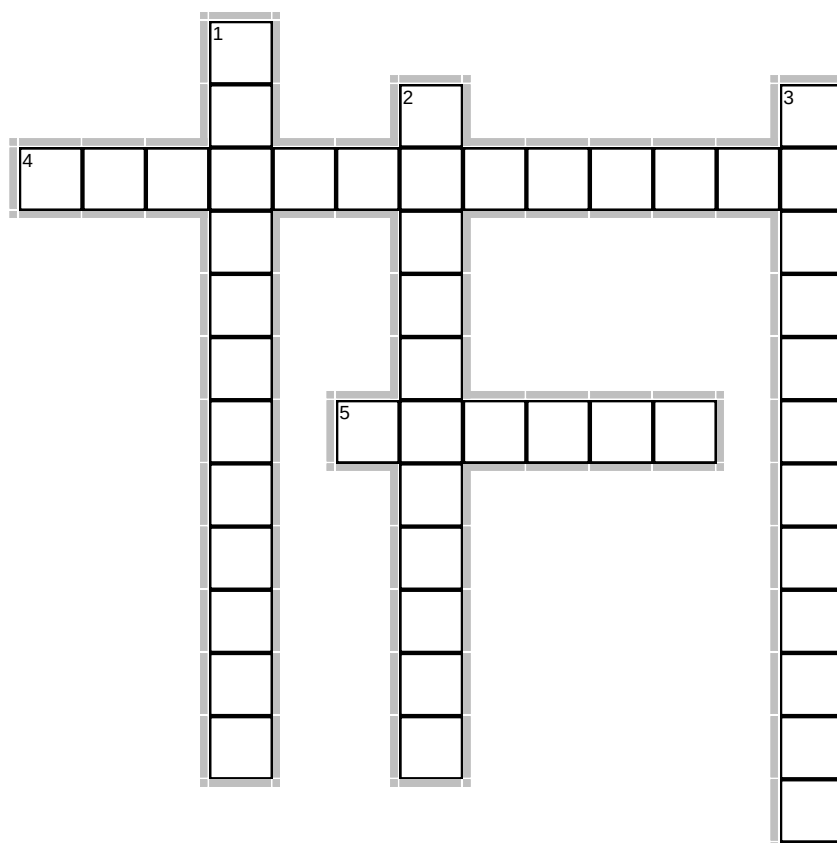
Задача 2. Белковый пазл (5 баллов)

На рисунках изображены структуры, входящие в состав клетки животных. Назовите их и выберите из списка белки, входящие в состав этих структур (для одной структуры может быть несколько характерных белков). Ответ поясните.



Белки: рецептор к ацетилхолину, гистоны, сывороточный альбумин, АТФ-синтаза, цитохромы, иммуноглобулин, гемоглобин, актин, коннексин, ацетилхолинэстераза, тубулин.

Задача 3. Кроссворд (5 баллов)



По горизонтали

4. Одна из наиболее характерных отличительных особенностей человека.
5. Пищеварительная система дождевого червя - это пищеварительная

По вертикали

1. Гиены часто питаются остатками трапезы львов, львы не получают от этого никакой выгоды. Как называется такое взаимодействие?
2. Взаимодействие популяций морских слонов и пингвинов - это
3. Предшественник современного человека.

Задача 4. Группы крови у инуитов (10 баллов)

В некоторой популяции инуитов Гренландии доля 0 группы крови по системе ABO составляет 36%, доля группы крови A – 55%, B – 5%, AB – 4%.

1. Определите частоту встречаемости аллелей 0 (I), A (IA) и B (IB). **(8 баллов)**
2. Процент скольких групп крови нужно знать, чтобы рассчитать частоту встречаемости этих аллелей? Ответ объясните. **(2 балла)**

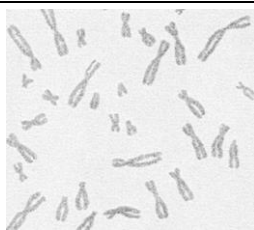
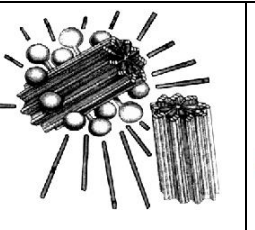
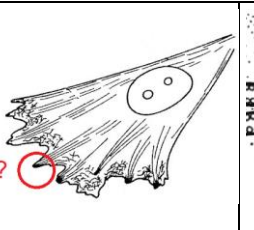
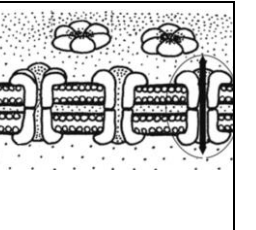


**Комплекс предметов «химия, физика, математика, биология»
для школьников 10 – 11 классов (заключительный этап)
Биология. Вариант I. Решения**

Решение задачи 1. Зеленая викторина: свет и тьма (5 баллов)

А	Б	В	Г	Д
1	1	2	1	2

Решение задачи 2. Белковый паззл (5 баллов)

				
Хромосомы гистоны	Митохондрия АТФ-синтаза, цитохромы	Центриоли тубулин	Филоподия актин (клеточная мембрана тоже подходит, тогда в ней может находиться рецептор к ацетилхолину)	Щелевой контакт (коннексоны) коннексин

Решение задачи 3. Кроссворд (5 баллов)

По горизонтали

4. **ПРЯМОХОЖДЕНИЕ** – Одна из наиболее характерных отличительных особенностей человека.
5. **ТРУБКА** – Пищеварительная система дождевого червя - это пищеварительная

По вертикали

1. **КОММЕНСАЛИЗМ** – Гиены часто питаются остатками трапезы львов, львы не получают от этого никакой выгоды. Как называется такое взаимодействие?
2. **КОНКУРЕНЦИЯ** – Взаимодействие популяций морских слонов и пингвинов - это
3. **НЕАНДЕРТАЛЕЦ** – Предшественник современного человека.



EclipseCrossword.com

Решение задачи 4. Группы крови у инуитов (10 баллов)

1. Частота встречаемости аллелей I , I^A и I^B составляет 0,6, 0,35 и 0,05, соответственно.

Развернутое решение

- 1) Для решения необходимо воспользоваться уравнением Харди-Вайнберга (или результатом, полученным из решетки Пеннета) для этого случая.

Уравнение Харди-Вайнберга в этом случае выглядит так:

$$(I)^2 + (I^A)^2 + 2I^A I + (I^B)^2 + 2I^B I + 2I^A I^B = 1$$

$$I + I^A + I^B = 1$$

1 балл.

- 2) В этом уравнении доля группы крови 0 выражается как $(I)^2$, доля группы крови А как $(I^A)^2 + 2I^A I$, В как $(I^B)^2 + 2I^B I$ и АВ как $2I^A I^B$. **+4 балла**

- 3) Существует несколько вариантов решения, вот один из них:

Доля группы крови 0 составляет 0,36, корень из этой величины даст нам значение I . $I = 0,6$

Тогда можно представить выражение для группы крови А как:
 $(I^A)^2 + 2 \cdot 0,6 \cdot I^A = 0,55$

+1 балл

Решаем квадратное уравнение:

$$(I^A)^2 + 1,2 \cdot I^A - 0,55 = 0$$

Дискриминант равен: $(1,2)^2 - 4 \cdot (-0,55) = 3,64$, корень из дискриминанта $\sim 1,9$

Отсюда $I^A = 0,35$ (отрицательное значение нас не устраивает), а $I^B = 1 - 0,6 - 0,35 = 0,05$

+2 балла

В нашем случае можно решить эту задачу используя вместо доли группы крови А долю группы крови В. Остальные варианты решения (например, используя частоту встречаемости выразить I^A через I^B , а потом подставив их в уравнения для I^A и I^B , попытаться решить) выглядят менее оптимальными, хотя вполне возможны.

2. Как мы видим у нас есть два уравнения с тремя неизвестными. Одно из этих уравнений можно разделить на несколько (4), что и позволяет нам его численно решить. Проще всего решать такое уравнение если известна доля группы крови О. Тогда зная его, можно рассчитать частоту встречаемости аллели I, а зная долю А или В и подставив I в соответствующее уравнение, можно рассчитать I^A или I^B , а затем оставшуюся частоту встречаемости. То есть достаточно долю 2 групп крови и мы рассчитаем остальные. К сожалению, если мы не знаем долю группы крови О, то решение значительно усложняется. Так, зная долю группы крови АВ и одной из ненулевых (А или В) придется выразить I^A через I^B (или наоборот), а потом подставив их в уравнения для I^A и I^B , попытаться решить систему из квадратных уравнений (для I и I^B); а если мы знаем доли А и В нам также придется иметь дело с системой квадратных уравнений (для I^A и I^B); решать такие системы не очень просто, решение при этом не гарантируется что довольно непросто и не гарантирует решения (абитуриенты и школьники, по крайней мере, это не обязаны знать). Кроме того, может возникнуть ситуация, когда, решая квадратное уравнение мы можем, получить два равнозначных положительных значения одной из аллелей, а это чревато тем, что мы также не определим частоту встречаемости другой аллели и приходится менять подход к решению, рассчитывая уравнение для другой группы крови.

Поэтому правильный ответ здесь: Достаточно знать долю двух групп крови из 4, если одна из них О или А(В) и у нас существует только одно решение уравнения. Если нет, то нужно 3.