

СБОРНИК ЗАДАНИЙ

Часть 2

2021-2022

Сборник заданий

XVI Всероссийской олимпиады
«Нанотехнологии – прорыв в будущее!»

Часть 2. Задания заключительного этапа

Вторая часть *Сборника заданий XVI Всероссийской олимпиады «Нанотехнологии – прорыв в будущее!»* посвящена конкурсам заключительного этапа Олимпиады 2021/22 учебного года и объединяет условия задач (с решениями) по комплексу предметов «химия, физика, математика, биология», а также включает информацию об Универсиаде по химии, физике и механике материалов – уникальном конкурсе для студентов, обучающихся или закончивших обучение по образовательным программам бакалавриата, специалитета.

Авторами заданий являются научные сотрудники и преподаватели химического, физического, биологического факультетов, факультета наук о материалах Московского государственного университета имени М.В.Ломоносова и других организаций, привлекавшихся Оргкомитетом Олимпиады для разработки учебно-методических материалов. Авторство материалов сохранено за разработчиками. Запрещается использование данных материалов для коммерческих целей. Ссылка на принадлежность данных материалов Всероссийской олимпиаде «Нанотехнологии – прорыв в будущее!» (<http://enanos.nanometer.ru>) обязательна при любом их упоминании.

Список авторов (в алфавитном порядке):

Байжуманов Адиль Ануарович
Берекчиян Михаил Вартанович
Браже Алексей Рудольфович
Браже Надежда Александровна
Дроздов Андрей Анатольевич
Еремин Вадим Владимирович
Жигунов Денис Михайлович
Макеева Екатерина Анатольевна
Морозова Ксения Игоревна
Павликов Александр Владимирович
Паршина Евгения Юрьевна
Силичева Маргарита Александровна
Шарафутдинова Альфия Масхутовна
Юсипович Александр Иванович

Составители сборника и организаторы отборочного этапа (в алфавитном порядке):

Гудилин Евгений Алексеевич
Еремин Вадим Владимирович
Еремина Елена Алимовна
Семенова Анна Александровна

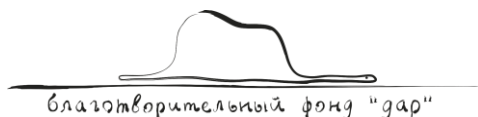
Организатор Всероссийской олимпиады «Нанотехнологии – прорыв в будущее!» – **Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова.**



Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова – крупнейший классический университет России. Указ о создании университета был подписан императрицей Елизаветой Петровной 24 января 1755 года. Сегодня в Московском университете обучается более 45 тысяч человек из всех регионов страны. МГУ включает в себя 40 факультетов, 15 научно-исследовательских институтов, около 750 кафедр, отделов и лабораторий, Медицинский научно-образовательный центр, Научная библиотека, 5 музеев, Ботанический сад, Научный парк, филиалы в Севастополе, Сарове, Ташкенте, Астане, Баку, Душанбе, Ереване, Копере. МГУ имени М.В.Ломоносова – ведущий научный центр страны, в составе которого сформировались крупные научные школы, работали Нобелевские лауреаты, лауреаты Государственных премий СССР и России. Из 18 Нобелевских лауреатов – наших соотечественников – одиннадцать являлись выпускниками или профессорами Московского университета.

Сайт: <https://www.msu.ru/>

Заключительный этап XVI Олимпиады проводится при поддержке **Некоммерческой организации Благотворительный фонд содействия образованию «Дар».**



Фонд «Дар» — благотворительный частный фонд, учрежденный по инициативе Никиты Анатольевича Мишина. Фонд занимается поддержкой школьного образования, проектов и событий, направленных на обеспечение высокого качества обучения. Благотворительные программы Фонда ориентированы на оказание помощи школам, приютам и другим образовательным учреждениям и проектам, которые сочетают в своей работе традиции классического образования со стремлением к инновациям и к открытию у себя новых экспериментальных площадок. Ключевой целью Фонда является создание школы будущего, отвечающей мировым стандартам, готовящей людей знающих, грамотных, образованных, воспитанных, сильных духом, любящих отчизну, деятельных; создание той самой школы, которой удастся решить задачи, стоящие перед российским обществом, которая возьмет все то лучшее, что уже есть в системе образования, сочетая это с новейшими разработками современности. Целью Фонда также является создание условий, необходимых для развития духовного и творческого потенциала, а также стимулирования развития детей в области естественно-научного, технического, гуманитарного и художественно-эстетического творчества.

Сайт: <https://www.fonddar.ru>

Содержание

Биология. Заключительный этап	6
Условия задач	7
Решения	17
Физика. Заключительный этап	23
Условия задач	24
Решения	32
Математика. Заключительный этап	39
Условия задач	40
Решения	49
Химия. Заключительный этап	61
Условия задач	62
Решения	69
Универсиада	76
Задание	78



Биология. Заключительный этап

Комплекс предметов

Категория участников: школьники 7-11 классов

Задания заключительного этапа XVI Всероссийской олимпиады "Нанотехнологии - прорыв в будущее!" по биологии. Задачи 1-5 – простые, задачи 6-8 – сложные.

Задания

1. Какие бывают «сомы»?

2. Вредные соседи

3. Голубая трава

4. Нанотранспортёры

5. Сладкая жизнь

6. Сложные взаимоотношения

7. Улитка с железной раковиной

8. Спинальная мышечная атрофия

ВСЕ ЗАДАЧИ СОБРАНЫ В ОДНОМ ФАЙЛЕ:



Биология для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап) Вариант III

Задача 1. Какие бывают «сомы»? (8 баллов)

1. Поставьте объекты из первого списка в соответствие с определениями из второго списка, результат запишите в виде таблицы по образцу: **(5 баллов)**

1	2	3	4	5	6
А					

1. сомы
 2. хромосомы
 3. рибосомы
 4. магнитосомы
 5. центросомы
 6. экзосомы
-
- А. крупные речные донные рыбы с усами, вкусные в жареном виде
 - Б. наноразмерные пузырьки, выделяемые клетками во внеклеточное пространство, могут содержать РНК
 - В. органеллы эукариотических клеток, представляющие собой два цилиндра, состоящие из триплетов микротрубочек, участвуют в образовании веретена деления
 - Г. органеллы, состоящие из двух субъединиц, синтезируют белок из аминокислот на матрице информационной РНК
 - Д. органеллы бактериальных клеток, содержат кристалл магнетита, способствуют магнетотаксису бактерий
 - Е. структуры, состоящие из белков и ДНК, содержатся в ядре эукариотических клеток
2. Какие из этих объектов имеют в своем составе нуклеиновые кислоты? Запишите их номера. **(3 балла)**

Задача 2. Вредные соседи (8 баллов)

Одним из способов регуляции дифференцировки клеток является латеральное подавление. При этом клетка подавляет окружающие ее клетки и «не позволяет» им выбрать тот же путь дифференцировки. В случае нервных клеток латеральное подавление осуществляется при помощи трансмембранного рецептора Notch и его лиганда Delta, который также является трансмембранным белком. При присоединении Delta к экстраклеточному домену Notch рецептор активируется, его внутриклеточный домен разворачивается, и его отщепляет фермент гамма-секретаза. Затем отщепленный внутриклеточный домен диффундирует в ядро и активирует гены, препятствующие дифференцировке. Одновременно он препятствует экспрессии лиганда Delta. Вначале все клетки имеют и рецептор Notch и его лиганд Delta на своей поверхности. Те из них, которые выигрывают в этой конкуренции, подавляют дифференцировку окружающих клеток. Сами они становятся нервными клетками, а окружающие их — клетками глии.

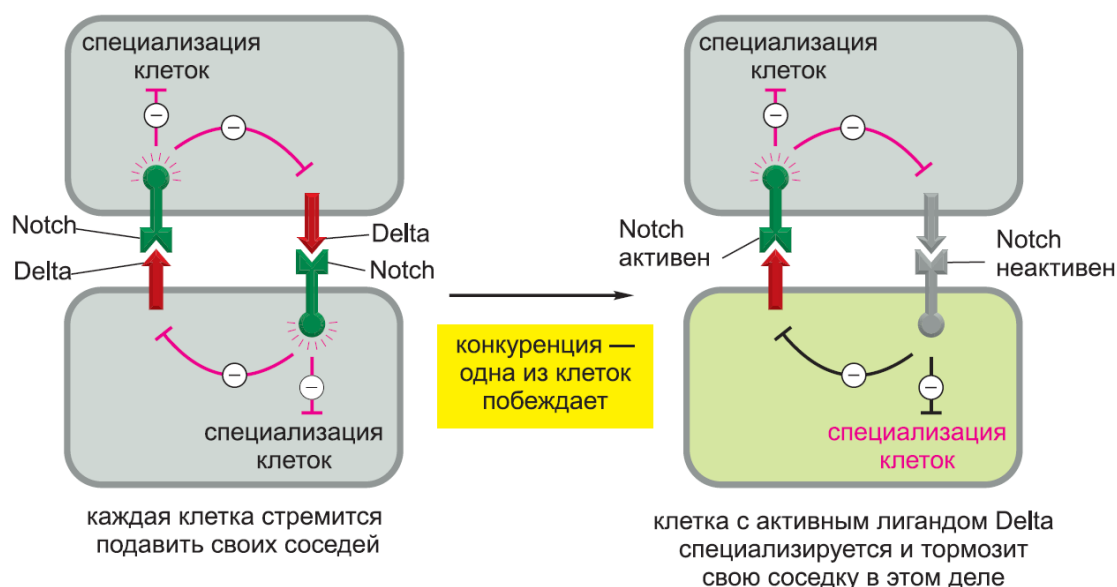
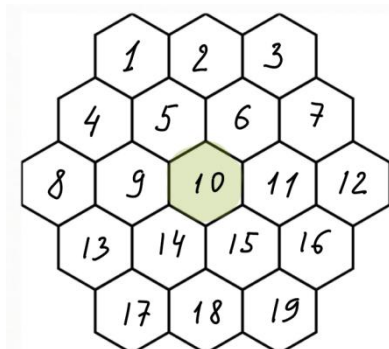


Рис.1. Механизм латерального подавления Delta-Notch (Молекулярная биология клетки: в 3-х томах. Т. III / Б. Альбертс, А. Джонсон, Д. Льюис и др., 2013)

- На рисунке схематично показан монослой клеток-предшественников. Учитывая механизм латерального подавления, напишите, какие из клеток могут стать нервными клетками, если по пути дифференцировки нервных клеток пойдет клетка номер 10? В ответе перечислите номера клеток. Достаточно одного правильного варианта. **(4 балла)**



- Что изменится, если будет нарушен синтез рецептора Notch? **(4 балла)**

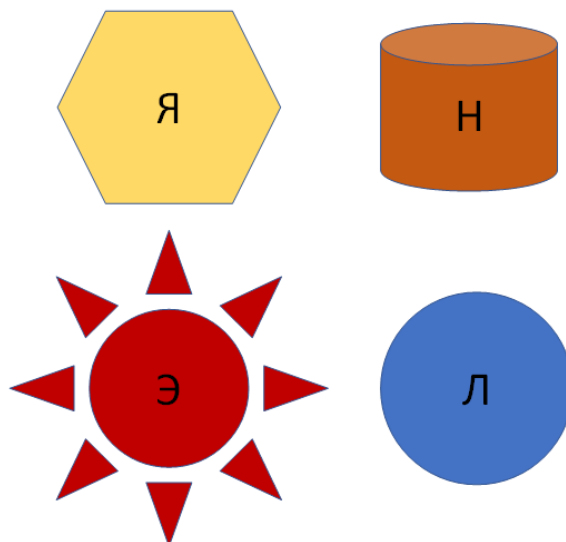
Задача 3. Голубая трава (8 баллов)

В одной сказке, чтобы спасти возлюбленного, королева должна была отыскать голубую траву, что крушит железо. Не представляя, откуда начать поиски, она обратилась к придворному ботанику, который в свободное время увлекался выведением новых сортов цветов и плодовых деревьев. Тот долго бродил по ботаническому саду и листал старинные книги: по отдельности встречались и голубые цветы, и даже кое-что, способное сокрушить железо, но ни у какого растения не было обоих признаков. Тогда ботаник решил во что бы то ни стало вывести для королевы ту самую траву и приступил к поиску растений, свойства которых подойдут для его цели.

1. Пигменты каких семейств могут обеспечивать синий цвет (среди перечисленных вариантов может быть больше одного правильного)? **(2 балла)**
 - 1) Меланины
 - 2) Антоцианы
 - 3) Ализарин
 - 4) Фикобилины
 - 5) Каротиноиды
 - 6) Хлорофиллы
2. Какую ещё окраску могут придавать пигменты, обеспечивающие синий цвет, и от чего будет зависеть окраска? **(1 балл)**
3. Под утро ботаник задремал над очередным справочником, а когда проснулся, обнаружил пометку «Крушить железо!!!» на странице с щавелем. К какому классу химических соединений относится вещество, содержащееся в щавле и способное разрушать железо? **(1 балл)** Напишите схему химической реакции взаимодействия этого вещества с железом. **(1 балл)**
4. Ботаник задумался, можно ли вывести такое растение, чтобы оно одновременно и было голубым, и могло растворить железо. Допустим, трава будет выделять растворяющее вещество прямо на поверхность листьев. Предложите способы, при помощи которых растение сможет защищаться от токсического воздействия этого вещества **(3 балла)**

Задача 4. Нанотранспортёры (8 баллов)

Для адресной доставки лекарств были созданы модульные нанотранспортёры (МНТ). Их цель – доставка лекарства в ядро клетки. Эти конструкции обладают следующими свойствами: "узнавание" клетки-мишени, поглощение ею транспортёров с переносимым средством и последующее их проникновение в ядро. На рисунке представлены части этого модульного транспортера.



Я – модуль с последовательностью ядерной локализации (сигнализации)

Н – модуль-носитель, который служит для присоединения к нему лекарства и связывает остальные модули

Э – эндосомолитический модуль

Л – лигандный модуль

1. Какие функции выполняют модули Л и Э? **(4 балла)**
2. Что из себя представляют клеточные рецепторы? **(2 балла)**
3. Что такое эндосома? **(2 балла)**

Задача 5. Сладкая жизнь (8 баллов)

Если положить в стакан чая две ложечки сахара (это около 10 г), то чай будет приятно сладкий. Специальные белки-рецепторы на поверхности специальных клеток на поверхности специального органа – языка – свяжут молекулы сахара и сообщат в клетку, а клетка уже в нервную систему, что во рту сахар.

Есть другие вещества – сахарозаменители. Они могут вообще не быть сахарами, а иметь белковую природу или быть многоатомными спиртами. Их объединяет то, что они тоже могут связаться и рецепторами сахара и сообщить клетке, что во рту сахар, хотя никакого сахара там нет.

Более того, некоторые сахарозаменители связываются с рецептором не совсем так, как это делает сахар, и результат такого взаимодействия может отличаться. Например, это вещество будет намного более сладким, чем любой сахар.

В качестве сахарозаменителя используют 2-бром-5-нитроанилин, что довольно интересно - в норме соединения брома солоноватые на вкус. Однако мы знаем, что 2-бром-5-нитроанилин ровно в 750 раз слаще сахара и сядем экспериментировать.

1. Если мы положим в наш чай 1 нг подсластителя, то что мы почувствуем? **(2 балла)**
 - А. Чай будет сладкий, как если бы в него положили 2 ложечки сахара.
 - Б. Чай будет в 750 раз более сладкий.
 - В. Чай будет несколько менее сладкий.
 - Г. Чай будет вообще не сладкий.
2. А теперь кладем 10 г подсластителя. Что получится? **(2 балла)**
 - А. Чай будет сладкий, как если бы в него положили 2 ложечки сахара.
 - Б. Чай будет в 7,5 раз более сладкий.
 - В. Чай будет слегка более сладкий.
 - Г. Чай будет ощутимо соленый.
3. А кстати, вы знаете, где расположены наши рецепторы сладкого? **(2 балла)**
 - А. Только на кончике языка, а на корне языка расположены только рецепторы горького.
 - Б. На языке и в пазухах носа.
 - В. На всей свободной поверхности языка.
 - Г. На языке и нёбе.
4. И последний вопрос – а сколько же нужно положить подсластителя 2-бром-5-нитроанилина в чай, чтобы было нормально? То есть было так же сладко, как от 10 г сахарозы? **(2 балла)**

Задача 6. Сложные взаимоотношения (20 баллов)

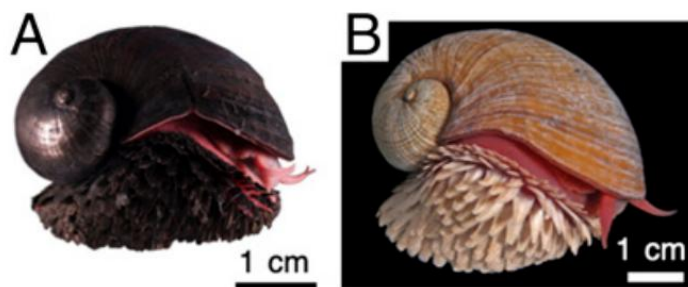
1. Бактерия-паразит *Mycoplasma gallisepticum* отличается малым размером 300-800 нм, малым размером генома, отсутствием клеточной стенки и мягкой мембраной, включающую липопротеины. Она поражает многие виды домашних и диких птиц, вызывая у них респираторное заболевание. Было показано, что этим бактериям свойственна быстрая экспрессия генов, отвечающих за состав липопротеинов мембраны. Как вы думаете, какое преимущество это дает бактерии? **(4 балла)**
2. Отношения каких пар организмов служат примером паразитизма? **(4 балла)**
 - А. Токсоплазма и кошка
 - Б. Рыба-клоун и актиния
 - В. Лев и гиена
 - Г. Лиса и мышь
 - Д. Бычий цепень и человек
3. Попробуйте составить иерархическую лестницу согласно физическим размерам окончательного хозяина
 - А. Бактериофаг
 - Б. Вирофаг
 - В. Бычий цепень
 - Г. Малярийный плазмодий
 - Д. Токсоплазма

Размеры кого из этого списка невозможно сравнить из-за того, что они зависят от конкретного вида организма, размер которых может изменяться в широком диапазоне? **(5 баллов)**

4. Приведите примеры применения бактериофагов человеком. **(2 балла)**
5. Вам принесли две пробирки, в одной из них суспензия вирусов, в другой бактерий. В наличии в лаборатории три метода:
 - А. Позволяет определить, есть или нет АТФ в пробе
 - Б. Позволяет определить, есть или нет ДНК в пробе
 - В. Позволяет определить, есть или нет белок в пробе

У вас есть возможность выбрать только один из этих методов, чтобы с помощью него точно выяснить, что находится в пробирках. Какой вы выберете? Аргументируйте свой ответ. **(5 баллов)**

Задача 7. Улитка с железной раковиной (20 баллов)



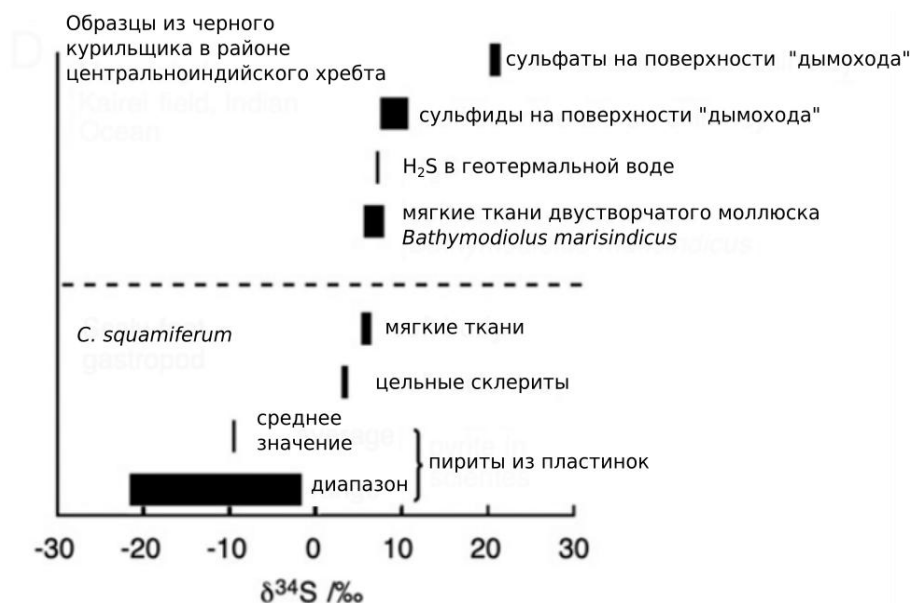
Гидротермальные источники срединно-океанических хребтов – «черные курильщики» – оазисы необычных форм жизни посреди пустыни глубинной зоны океанов. Основные продуценты в этих биосистемах – хемосинтезирующие, например, сероокисляющие, бактерии, использующие сероводород в качестве источника электронов.

Брюхоногий моллюск *Chrysomallon squamiferum* (на иллюстрации) – одно из удивительных существ, живущих в этих экосистемах. Эти моллюски отличаются наличием твердых пластинок (склеритов) на ноге. Как пластинки, так и внешний слой раковины содержат большое количество наночастиц сульфидов железа (пирита и грейгита), что и придает темную блестящую окраску этим животным. Биоминерализация на основе сульфидов железа у *C. squamiferum* – уникальное для современных животных явление.

Анатомические исследования показали, что у этих моллюсков хорошо развита кровеносная система с крупным мощным сердцем, а пищеварительная система слаборазвита: радула редуцирована, короткий кишечник, за исключением увеличенной в размерах пищеводной железы, пронизанной большим количеством кровеносных сосудов.

Можно сформулировать три основных гипотезы о механизме образования наночастиц пирита в склеритах: (1) абиогенная – наночастицы образуются в термальных источниках и захватываются моллюском при образовании пластинок клетками эпителия; (2) биогенная за счет сероокисляющих бактерий, живущих на поверхности и в мантийной полости моллюска; (3) биогенная, контролируемая самим моллюском. В последнем случае ионы железа Fe^{2+} могут поступать либо из тканей моллюска, либо из морской воды.

Для многих ферментативных реакций известна изотопная селективность. Относительное содержание изотопов в образце обычно приводят в дельта-значениях в промилле, $\delta X = [(R_o/R_c) - 1] \times 10^3$, где R_o – соотношение изотопов атомов X в образце, а R_c – стандартное соотношение изотопов. На рисунке показано относительное содержание изотопа $\delta^{34}\text{S}$ в склеритах моллюска, его мягких тканях, а также образцов из окружающей среды и других организмов данной экосистемы.



(Иллюстрации адаптированы из Okada et al PNAS (2019) 116:41 20376–20381)

1. Предположите, чем питается данный моллюск, а также зачем ему столь развитая кровеносная система и крупное сердце? Свои предположения аргументируйте. **(2 балла)**
2. Какую функцию могут выполнять склериты, а также минерализация склеритов и раковины сульфидами железа? **(2 балла)**
3. Исходя из представленного на графике изотопного состава серы в разных образцах, выскажите гипотезу о биогенном или абиогенном источнике наночастиц пирита в склеритах. **(3 балла)**
4. Какие исследования и эксперименты нужно провести, чтобы разделить два варианта биогенного происхождения наночастиц, указанные выше? **(4 балла)**
5. На иллюстрации выше показаны «черная» и «белая» формы *C. squamiferum*, собранные в двух удаленных друг от друга районах термальных источников. Как Вы считаете, чем отличается состав воды в этих районах (ответ аргументируйте)? **(2 балла)**
6. В вашем распоряжении замороженные образцы склеритов из «черной» и «белой» форм моллюсков. Используйте ответ на предыдущий вопрос, чтобы предложить эксперимент, позволяющий проверить гипотезу о том, что при образовании пирита в склеритах ионы Fe^{2+} поступают из морской воды. **(2 балла)**
7. «Черные курильщики» – весьма изолированные экосистемы, разделенные тысячами километров пустынного океанического дна, однако *C. squamiferum* встречается в нескольких довольно удаленных друг от друга местах Индийского океана. Как Вы считаете, как может происходить расселение этих моллюсков, и какие адаптации жизненного цикла и размножения могут этому способствовать? **(3 балла)**
8. Какие еще примеры биоминерализации у животных Вы можете привести? **(2 балла)**

Задача 8. Спинальная мышечная атрофия (20 баллов)

Ответьте на ряд вопросов, посвященных спинальной мышечной атрофии (СМА) и ее лечению. Для того, чтобы ответить на вопросы, достаточно информации, изложенной в тексте задачи, а также школьной программы и знаний, полученных при ответе на вопросы заочного тура. Вопросы не касаются финансовой части лечения, а направлены на его научную и медицинскую составляющие.

Справочная информация

СМА – группа наследственных заболеваний, сопровождающихся поражением и/или гибелью двигательных нейронов передних рогов спинного мозга (мотонейронов). Нарушения в работе нейронов сопровождается нарушением иннервации мускулатуры и развитием мышечных атрофий. Тяжесть заболевания во многом зависит от того, работа каких мышц нарушается, особенно опасно нарушение работы дыхательных мышц.

Основной причиной СМА является мутацией в гене SMN1, который в норме производит белок SMN. Из-за мутации гена у людей с СМА производится меньшее количество белка SMN, что приводит к потере моторных нейронов и развитию атрофии. Мутация осуществляется по аутосомно-рецессивному типу наследования (есть мутантный аллель и есть нормальный), при этом один из порядка 50 людей является носителем мутации SMN1.

Основная функция гена SMN – участие в сплайсинге белка. В целом он необходим для работы всех клеток организма, однако его отсутствие в нейронах приводит к наиболее критическим последствиям, предполагается, что это связано с механизмами транспорта мРНК, обусловленными большими размерами нейронов. Кроме того, данный белок также отвечает за ряд важных процессов, протекающих в нейронах (транспорт везикул в синапсах, изменение состояния актина и др.)

У человека существует два гена, кодирующих белок SMN: SMN1 и SMN2. Мутация, как правило, затрагивает ген SMN1. В этом случае частично синтез белка SMN, осуществляет ген SMN2, однако из-за особенностей строения ген SMN2 не может обеспечить синтез достаточного количества SMN-белка. Тем не менее это один из способов поддержать уровень SMN. Во многом количество SMN белка зависит от количества копий генов SMN2 в организме, чем их больше, тем ниже вероятность тяжелого заболевания.

Известно, что в начале развития организма число мотонейронов (как, впрочем, и других нейронов) значительно больше чем в более взрослом. В процессе регуляции иннервации выделяется ряд нейтрофических факторов (общее название секретируемых белков, поддерживающих жизнеспособность нейронов, стимулирующих их развитие и активность, к числу которых можно отнести и белок SMN). Это позволяет обеспечить иннервацию вышечных волокон определенным количеством нейронов. С возрастом неиспользуемые нейроны, не получающие достаточного количества факторов, подвергаются апоптозу. Таким образом молодые организмы обладают некоторым «резервом» нейронов, позволяющих более тонко подстраивать иннервацию мышечных волокон.

Выделяют четыре формы СМА (в эту классификацию не включают другие, более редкие формы мышечной атрофии) на основе возраста начала, тяжести течения и

продолжительности жизни. Самая тяжелая – 1 форма, обычный возраст начала 0-1,5 года, наименее тяжелая – четвертая, проявляется в возрасте старше 35 лет и практически не влияет на длительность жизни при соответствующем уходе.

Радикального лечения СМА не существует. Большое внимание уделяется поддерживающей терапии. В настоящее время лекарственные препараты, в том числе и зарегистрированные в России, основаны на различных вариантах генетического лечения: исправление дефектов сплайсинга SMN2, приводящее, в результате, к увеличению копий белка SMN (Спинраза), или более известный препарат, внедряющий в организм полноценный ген SMN1 для остановки прогрессирования заболевания посредством устойчивой экспрессии белка SMN (Золгенсма). Золгенсма представляет из себя комплексное лечение, основой которого является однократное введение при помощи аденоассоциированного вируса функциональной копии белка SMN. Препарат способен преодолевать гематоэнцефалический барьер и достигать мотонейронов. Рекомендовано использование препарата для пациентов моложе двух лет со спинальной мышечной атрофией I типа. Доказано, что введение препарата способно восстановить экспрессию SMN белка в моторных нейронах.

В настоящее время появился лекарственный препарат, Рисдиплам, действующий аналогично Спинразе, но применяемый перорально.

Вопросы

1. Коротко опишите строение нейронов. **(2 балла)**
2. Попробуйте ответить, что такое сплайсинг белка, который постоянно упоминается в механизме развития заболевания и процедуре лечения? **(2 балла)**
3. Из имеющейся информации в разделе «**Справочная информация**» рассчитайте количество случаев заболевания СМА в популяции. Какова вероятность родиться больному ребенку, если носителем является только один родитель? Двое родителей? **(5 баллов)**
4. Из предыдущего вопроса вы можете представить себе, какое количество больных СМА должно быть в нашей стране, однако согласно данным благотворительных фондов (увы, официальная статистика в нашей стране не ведется) в стране находится около тысячи зарегистрированных больных СМА (это относится в первую очередь к детям), предполагается, что их должно быть около трех тысяч и какое-то количество детей, к сожалению, гибнет в первые месяцы жизни. Тем не менее, разница значительна (какая?). Попробуйте объяснить, почему это происходит? Население России, чуть более 145 миллионов человек **(2 балла)**
5. На заочном туре вы уже отвечали на вопрос что такое *ex vivo* и *in vivo* терапия. Как вы думаете, к какому виду терапии относится препарат Золгенсма? **(2 балла)**
6. Еще один вопрос, относящийся к Золгенсме. Вектор, содержащий копию гена SMN, сделан на основе аденоассоциированного вируса. Как вы думаете, может ли организм пациента иметь иммунитет к вектору? К чему это может привести? **(2 балла)**
7. Что произойдет с погибшими нейронами после лечения? Как вы думаете, что произойдет с пациентами, успешно прошедшими курс лечения, но у которых повреждено значительное количество мотонейронов? **(5 баллов)**



Биология для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап) Вариант III. Решения

Решение задачи 1. Какие бывают «сомы»? (8 баллов)

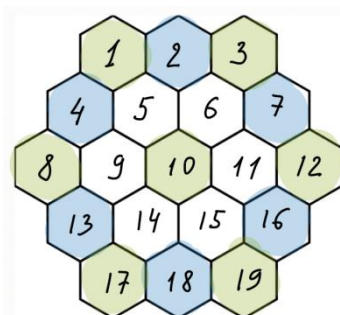
1.

1	2	3	4	5	6
А	Е	Г	Д	В	Б

2. 1 2 3 6 (при оценке ответ 1 (сомы) не учитывается как очевидный).

Решение задачи 2. Вредные соседи (8 баллов)

1. Возможны 2 варианта: 1 3 8 12 17 19 или 2 4 7 13 16 18, правильным ответом является любой возможный или оба.



2. Если не синтезируется рецептор Notch, то не работает путь подавления дифференцировки клеток. В принципе, все клетки могут стать нервными клетками. 1.

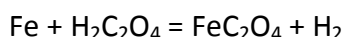
Решение задачи 3. Голубая трава (8 баллов)

1. 2) Антоцианы и 4) фикобилины

2. Антоцианы могут обеспечивать красную, малиновую, фиолетовую, синюю и даже бурую окраску плодов и цветов. Цвет может зависеть как от структуры пигмента, так и от pH среды.

В семействе фикобилинов есть красные, оранжевые и голубые пигменты. Цвет зависит от структуры пигмента.

3. Щавелевая кислота (или любой вариант её названия), относится к органическим кислотам, более точно, к двухосновным предельным кислотам.



4. Возможно несколько вариантов: например, выделение из клеток на их поверхность слизи, защищающей клетки от кислоты, выделение гидрокарбоната на поверхность клеток для нейтрализации кислоты, использование на поверхности клеток белков, устойчивых при низких значениях pH и др.

Решение задачи 4. Нанотранспортёры (8 баллов)

1. Лигандный модуль отвечает за специфическое связывание МНТ с рецепторами определенных клеток, эндосомолитический модуль отвечает за выход МНТ из эндосом в цитоплазму.
2. Клеточные рецепторы представляют из себя чаще всего белки или гликопротеиды.
3. Эндосома – мембранная органелла с постепенно «закисляющимся» содержимым, которая обеспечивает перенос макромолекул с поверхности клетки в лизосомы, образуются из мембраны плазмолеммы в процессе эндоцитоза.

Решение задачи 5. Сладкая жизнь (8 баллов)

1. Г. Вообще не сладкий. Такое количество в любом случае очень трудно уловить.
2. Г. Солёный. При таком количестве сахарозаменителя (в 750 раз больше нормы) мы почувствуем именно солёный вкус самого вещества (2-бром-5-нитроанилин).
3. В. На всей свободной поверхности языка.
4. В 750 раз меньше, 13,3 мг.

Решение задачи 6. Сложные взаимоотношения (20 баллов)

1. Быстрая экспрессия генов, отвечающих за состав липопротеинов мембраны, позволяет менять состав мембраны и тем самым избегать опознавания клетками иммунной системы хозяина
2. А и Д.
3. А (бактериофаг/окончательный хозяин бактерии)
Б (вирусофаг/окончательный хозяин вирусы)
В (бычий цепень/окончательный хозяин человек)
Г (малярийный плазмодий/окончательный хозяин самка малярийного комара)
Д (токсоплазма/окончательный хозяин представители семейства кошачьих)

Так как в подавляющем числе случаев вирусы меньше, чем бактерии, то цепочка выглядит так – Б-А-Г. В (окончательный хозяин человек) и Д (окончательный хозяин кошачьи) зависят от конкретного вида организма и могут широко варьировать в зависимости от этого, так как некоторые кошачьи могут быть крупнее человека

4. Борьба с бактериями, как замена антибиотиков для терапии инфекционных заболеваний.

В диагностике – позволяют определять определенные бактерии.

В пищевой промышленности – защита продуктов от бактерий.

5. А – метод определения АТФ, так как в пробирке с вирусами ее не будет, в отличие от пробирки с бактериями.

Решение задачи 7. Улитка с железной раковиной (20 баллов)

1. Моллюск «питается» симбиотическими сероокисляющими хемоавтотрофными бактериями, которые живут у него в пищеводной железе. Эффективное кровоснабжение и мощное сердце необходимы для обеспечения бактерий субстратом (HS^-) и, в первую очередь, кислородом, которого очень мало в океанической воде на данной глубине.
2. Точно это неизвестно, скорее всего защитную – механическая защита от хищников. Вероятно, пириты делают раковину и пластинки более прочными. Возможно, участвуют в отведении тепла – моллюски предпочитают прохладную океаническую воду, но рядом с термальными источниками могут быть области с горячей водой. Варианты с камуфляжем не принимаются – на такой глубине слишком темно.
3. Как и в случае фотосинтеза, в метаболизме серы преимущественно участвуют более легкие изотопы, поэтому пониженное содержание тяжелого изотопа серы в пирите пластинок свидетельствует о биогенном происхождении наночастиц.
4. Возможны различные варианты. Прежде всего, стоит рассмотреть микроскопическое строение самих пластинок — нет ли там микроанатомических структур, свидетельствующих о том, что либо (а) внутри пластинок живут бактерии, либо (б) о синтезе частиц самой пластинкой. Например, поскольку пластинка постепенно секретируется клетками эпителия, как ноготь или волос, возможны упорядоченные слои с наночастицами разного размера (увеличивающимися по мере удаления от зоны роста), каналы, обеспечивающие приток атомов серы (в составе HS^-) и т. д. Постепенное изменение состава (разные степени окисления серы в сульфидах железа от пирита к грейгиту) также можно связать с контролируемым моллюском процессом образования наночастиц. Будут рассмотрены и другие обоснованные варианты.
5. Эти районы отличаются по концентрации ионов железа Fe^{2+} в воде. В зоне обитания «черной» формы железа много, поэтому наночастицы сульфидов железа образуются в избытке, в зоне обитания «белой» формы железа мало, наночастиц образуется мало, отсюда белая окраска.

6. Во-первых, можно изучить состав начальных (зона роста) и концевых участков пластинок. В случае «черной» формы, повышенное содержание серы и отсутствие железа в зоне роста, сочетающееся с постепенным повышением содержания железа при продвижении к периферии, упорядоченное увеличение размеров частиц в этом же направлении будет подтверждать гипотезу о поступлении железа извне. Присутствие железа в зоне роста говорило бы о поступлении железа из крови моллюска, вместе с серой. Во-вторых, можно поместить пластинки «белой» формы моллюска в морскую воду с составом, идентичным среде обитания «черной» формы на несколько дней и проверить (а) будет ли накапливаться железо в пластинке и (б) будут ли образовываться наночастицы сульфидов железа внутри пластинки.
7. Вообще, это до сих пор загадка, как происходит заселение новых термальных источников и обмен генетическим материалом между удаленными зонами. В первую очередь, можно ожидать высокой фертильности этих моллюсков (откладывание большого количества икринок), наличия плавающей подвижной личиночной стадии. Второе – только предположение, личиночные стадии *C. squamiferum* пока не найдены. Кроме того, будут рассмотрены все разумные гипотезы.
8. Отолиты, кости, зубы, чешуя рыб, раковины и внутренний скелет моллюсков, раковины брахиопод, хитиновый покров членистоногих, скелет губок.

Решение задачи 8. Спинальная мышечная атрофия (20 баллов)

1. К сожалению, школьные знания по анатомии не позволяют подробно описывать строение мотонейронов, тем не менее ответ будет зачитан, если в нем указаны тело нейрона, аксон, дендриты, есть понятие о синапсах. Более подробное описание приветствуется и если оно правильное, обеспечит более лояльное отношение проверяющего.
2. Это вопрос «с подвохом». Существует два процесса в биологии, определяющиеся понятием «сплайсинг». Сплайсинг (от англ. Splice — сращивать или склеивать концы чего-либо) – процесс вырезания из транскрипционной РНК некодирующих участков (интронов) с последующим сшиванием кодирующих аминокислотную последовательность участков (экзонов), что приводит к образованию зрелой мРНК, содержащей информацию о первичной структуре белка, с которой происходит трансляция белков клетки. Эти манипуляции осуществляются специализированными нуклеопротеидными комплексами – сплайсингосомами. Кроме того, существует **сплайсинг белков** – процесс, происходящий в некоторых белках, при котором внутренняя часть вырезается из белка-предшественника с последующим лигированием (соединение молекул при помощи фермента лигазы) оставшихся частей. В контексте СМА правильно использовать термин «сплайсинг». Правильным ответом считается упоминание обоих процессов, однако, поскольку два эти термина стали появляться относительно недавно, правильное определение хотя бы одного из терминов также засчитывалось как правильный ответ.
3. Из предоставленной информации можно понять, что болезнь передается наследственным путем. В популяции есть здоровые люди, гомозиготы, у которых мутантный ген отсутствует (и их большинство), АА, есть носители гена, у которых один

из аллелей мутантный, а болезнь не проявляется (их около 0,02), Aa , и больные, у которых два мутантных аллеля (aa).

Опираясь на закон Харди-Вайнберга ($A^2 + 2Aa + a^2 = 1$) или просто рассчитав вероятности из решетки Пеннета, можно посчитать вероятность аллеля a в популяции (из $2Aa = 0,02$, например, решая квадратное уравнение, где $A = 1 - a$, вида $(1 - a)a = 0,01$), что составит около 0,01, а потом долю больных, которая составляет $0,01^2$ и равна одному случаю на 10000 человек, что, собственно, и соответствует литературным данным.

Если носитель мутантного аллеля только один из родителей, то вероятность, что родится больной ребенок (aa) равна нулю*, если оба родителя — носители, то вероятность появления больного ребенка составляет 25% (см. соответствующие решетки Пеннета ниже):

Один носитель			Два носителя		
	A	A		A	a
A	AA	AA	A	AA	Aa
a	Aa	Aa	a	Aa	aa

* безусловно такой ответ будет засчитан, однако в жизни существует небольшая вероятность (менее 2%) появления больного ребенка и у одного родителя носителя мутантного гена. С чем это связано - это отдельный вопрос и здесь мы его рассматривать не будем (здесь может повлиять, что СМА это целая группа заболеваний с несколько различными механизмами и сходными проявлениями, не забывайте, наконец, про кроссинговер, также возможны и другие причины).

- Решив предыдущий пункт, вы знаете, что больной СМА встречается, приблизительно, 1 на 10000 человек в популяции, что составляет 100 человек на миллион. На январь 2022 в России проживает немногим более 145 миллионов людей (давайте остановимся на этой цифре), это значит наличие около 14 500 больных. Как видим, разница составляет полпорядка и такое различие тяжело объяснить ошибками даже при приблизительных подсчетах. Мы не будем обращаться к теории заговора, тем более что наши прикидочные расчеты примерно соответствуют литературным данным как для России, так и других стран. Скорее, подобная разница иллюстрирует тот факт, что тяжесть проявления СМА может быть весьма различной, даже при наличии неблагоприятного генетического результата (использование термина «пенетрантность» приветствуется»). А если это не первая или вторая стадия, то проявится она может не скоро и не так отчетливо, а при четвертой человек вообще может не узнать, что болен СМА (к сожалению, такого практически не бывает).
- In vivo* терапия подразумевает внедрение вектора прямо в целевой орган или в непосредственной близости от него (например, при помощи инфузии). Это соответствует тому, как вводится основной компонент Золгенсмы, поэтому можно утверждать, что данная терапия относится к *in vivo* генной терапии.
- Иммунитет к носителю, как и в случае прививок, одно из основных противопоказаний к применению препарата. К сожалению, приобретённый иммунитет к аденоассоциированному вирусу в результате соответствующей вирусной инфекции,

прививки или другого лечения могут сделать невозможным введение препарата в организм.

7. Однозначно можно утверждать, что мертвый нейрон останется мертвым нейроном и работать не будет, соответственно, иннервация мышц будет нарушена. Если нейрон жив, то возможно восстановление его функций (насколько это восстановление будет эффективно и произойдет ли, тоже неоднозначный вопрос). Перспективно выглядит образование новых связей из-за большего количества нейронов в молодом возрасте. В этом случае из-за имеющегося «резерва» возможно некоторое восстановление функций, но как уже упоминалось это сильно зависит от возраста (возможно возрастные ограничения применения Золгенсмы связаны еще и с этим – в раннем возрасте наблюдается более выраженный эффект).

Что касается пациентов, прошедших лечение, то здесь картина не очень радужная. Курсы лечения различными препаратами прошли или проходят несколько десятков человек. На их опыте лечения можно заключить, что применение такого лечения не панацея. Хуже им не становится, но, если нейроны повреждены, работать они не будут. Некоторые улучшения иннервации наблюдаются, но они не очень значительные. Все пациенты по-прежнему нуждаются в специальном лечении. Но болезнь останавливается. У них появляются дополнительные шансы на улучшение качества жизни. Пожелаем им здоровья и удачи!



Физика. Заключительный этап

Комплекс предметов

Категория участников: школьники 7-11 классов

Задания заключительного этапа XVI Всероссийской олимпиады "Нанотехнологии - прорыв в будущее!" по физике. Задачи 1-5 – простые, задачи 6-8 – сложные.

Задания

1. Напыление контактов

2. Масс-спектр фуллерена

3. Плёнки Ленгмюра-Блоджетт

4. Нанолазер

5. Модификация оптических свойств тонких металлоорганических пленок

6. Адсорбция азота

7. Квантовые точки CdS

8. Фотогипертермия раковой опухоли

ВСЕ ЗАДАЧИ СОБРАНЫ В ОДНОМ ФАЙЛЕ (список констант приведен в начале файла):

Список констант

Постоянная Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с

Скорость света в вакууме $c = 2,99 \cdot 10^8$ м/с

Элементарный заряд $e = 1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл

Масса электрона $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ кг

Масса протона $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг

Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль·К)

Постоянная Авогадро $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹

Ускорение свободного падения $g = 9,81$ м/с²

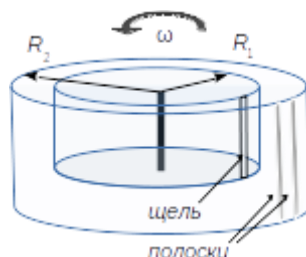


Физика для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап)

Вариант IV

Задача 1. Напыление контактов (8 баллов)

Для напыления тонких медных полосок на гибкую подложку предложена следующая схема.



Раскаленная нить меди Cu (атомная масса – 64 а.е.м.) находится на оси цилиндра ($R_1 = 2$ см), имеющего узкую щель, позволяющую пролетать испарившимся атомам. Напыление происходит на боковую поверхность другого цилиндра ($R_2 = 5$ см), ось которого совпадает с осью первого.

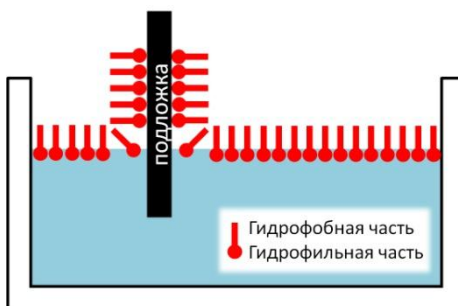
1. Каково будет расстояние между центрами полосок, если оба цилиндра вращаются относительно оси с постоянной угловой скоростью $\omega = 1000$ об/мин, а напыление происходит сначала при температуре раскаленной нити $T_1 = 625$ К, а потом при температуре $T_2 = 900$ К. **(5 баллов)**
2. Чему равны среднеквадратичные скорости атомов меди при температурах T_1 и T_2 ? **(3 балла)**

Задача 2. Масс-спектр фуллерена (8 баллов)

В научных исследованиях используется масс-спектрометр, в котором атомные кластеры ионизируются, разгоняются в однородном электрическом поле, а затем отклоняются однородным магнитным полем. Известно, что для однозарядного иона C_{60}^+ самый интенсивный пик ионного тока наблюдается при значении магнитного поля $B = 0,2$ Тл.

1. При каком значении магнитного поля будет наблюдаться пик ионного тока для двузарядного иона C_{70}^{2+} ? **(5 баллов)** Ускоряющее электрическое поле и траектория в магнитном поле остаются прежними, ионы влетают перпендикулярно линиям индукции магнитного поля.
2. Во сколько раз отличаются скорости ионов, подлетающих к приемнику? **(3 балла)**

Задача 3. Плёнки Ленгмюра-Блоджетт (8 баллов)



Одним из способов синтеза тонких плёнок является метод Ленгмюра-Блоджетт, суть которого заключается в вытягивании или погружении подложки в жидкость, на поверхности которой располагается монослой молекул поверхностно-активного вещества (ПАВ), имеющих гидрофобную и гидрофильную части. Путём многократного повторения таких несложных операций можно также получать многослойные плёнки необходимой толщины.

1. Для чего применяются поверхностно-активные вещества? Поясните происходящие физические явления и приведите примеры. **(2 балла)**
2. Рассчитайте толщину h плёнки Ленгмюра-Блоджетт площадью $S = 3,6 \text{ см}^2$, если для её синтеза потребовалось $m = 17,4 \text{ мкг}$ ПАВ. Площадь поперечного сечения молекулы ПАВ $S_1 = 0,09 \text{ нм}^2$, её длина $L = 3,2 \text{ нм}$, а молярная масса $M = 0,87 \text{ кг/моль}$. Плёнки считайте идеальными: молекулы ПАВ образуют сплошные слои без пустот, а гидрофобные «хвосты» молекул располагаются строго перпендикулярно поверхности подложки. **(6 баллов)**

Задача 4. Нанолазер (8 баллов)

Флуоресцентные нанонити претендуют на роль одного из наиболее миниатюрных типов лазеров с оптической накачкой. Лазерный эффект (т.е. резкое увеличение интенсивности излучения на резонансной длине волны) наблюдается при постепенном увеличении мощности оптической накачки до достижения определенного порога, соответствующего возбуждению как минимум половины от общего числа элементарных излучателей. Недавно было продемонстрировано, что для достижения лазерного эффекта такие нанонити достаточно облучать светом через боковую поверхность (см. рис. 1). При этом наиболее интенсивное излучение (на характерной для геометрии и типа нанонити длине волны) выходит из торцов, играющих роль зеркал резонатора (см. рис. 2).

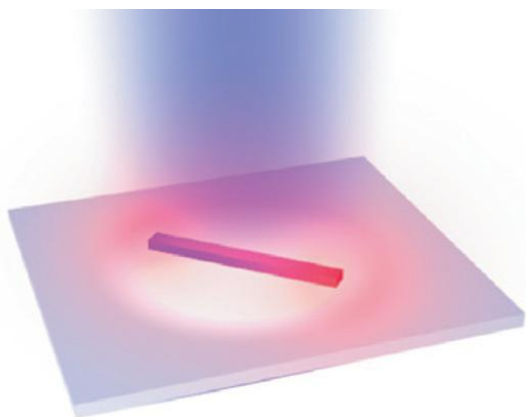


Рис. 1

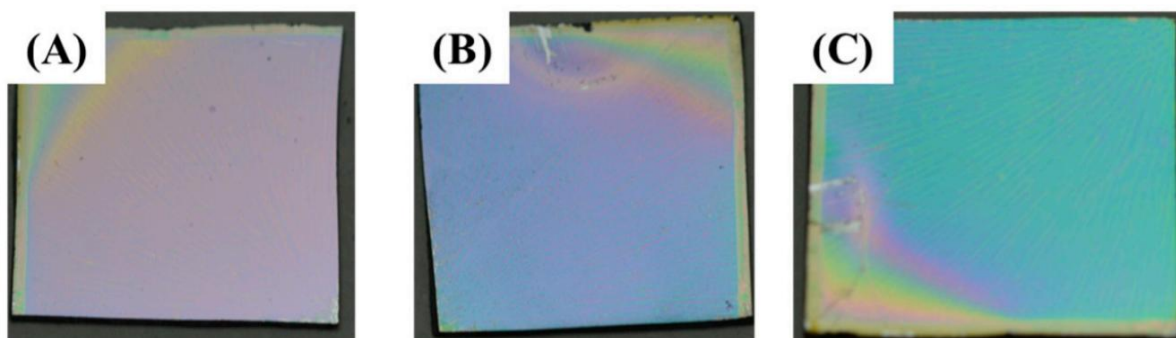


Рис. 2

1. Какая необходима минимальная энергия для возбуждения всех элементарных излучателей? Нанонить состоит из элементарных ячеек в виде параллелепипедов с размерами $0,78 \times 0,78 \times 1,15$ нм. Размеры нанонити: $0,55 \times 0,55 \times 55$ мкм. При расчетах принять, что каждая элементарная ячейка нанонити является элементарным излучателем с собственной энергией возбуждения $4,1 \times 10^{-21}$ Дж. **(3 балла)**
2. Оцените минимальную плотность энергии импульсной оптической накачки (т.е. количество энергии в импульсе на единицу площади – см^2), требуемой для достижения лазерного эффекта в одиночной нанонити. Потерями пренебречь. Длительность импульса накачки полагать много меньшей, чем время жизни возбужденного состояния элементарных излучателей. **(5 баллов)**

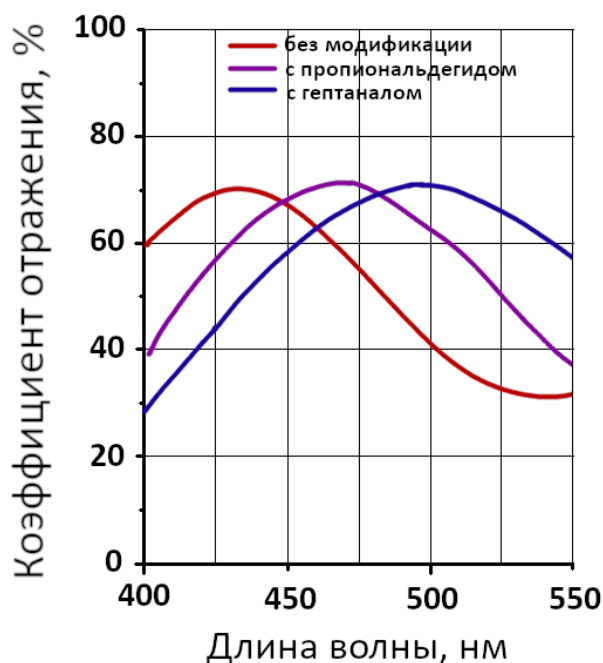
Задача 5. Модификация оптических свойств тонких металлорганических пленок (8 баллов)

Тонкие металлорганические пленки (MOF) можно модифицировать, изменяя их оптические свойства. В исследовании китайских ученых в результате реакции аминогрупп MOF с альдегидами изменялся показатель преломления пленок. На рисунке представлены фотографии пленки до модификации (A) и после модификации пропионовым альдегидом (B) и гептаналем (C). Толщина каждой пленки $d = 300$ нм.



1. Почему на фотографиях пленки имеют разные цвета? (2 балла)

Зависимости коэффициентов отражения пленок от длины волны в части видимого диапазона представлены ниже. Спектры отражения получены при угле падения $\alpha = 45^\circ$.



2. Определите показатель преломления пленки без модификации, если известно, что показатель преломления пленки, модифицированной пропионовым альдегидом, $n_2 = 1,371$. (6 баллов)

Задача 6. Адсорбция азота (20 баллов)

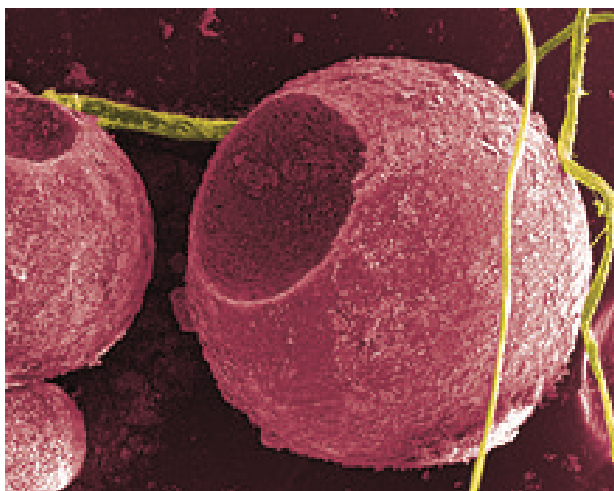
Известно, что пористые материалы обладают большой полной площадью поверхности, которая значительно превышает видимые размеры исследуемого образца. Для определения полной площади поверхности пористой мембраны размером $S = 20,1 \text{ см}^2$ и толщиной $h = 200 \text{ мкм}$ со сквозными цилиндрическими порами, расположенными перпендикулярно её поверхности, мембрана была помещена в герметичный сосуд объёмом $V = 2,3 \text{ л}$, содержащий газообразный азот при температуре $T_1 = 297 \text{ К}$ и давлении $p_1 = 378,6 \text{ кПа}$. Затем сосуд с помещённой в него мембраной был охлаждён до температуры кипения азота $T_2 = 77 \text{ К}$ и оставлен до установления равновесия.

1. На сколько мг изменится масса мембраны (Δm) после установления равновесия, если конденсация азота происходит в порах мембраны? Ответ подтвердите расчётом. Давление насыщенных паров азота при $T_2 = 77 \text{ К}$ равно $p_2 = 98,1 \text{ кПа}$. Можно считать, что теплообмена между сосудом и окружающей средой нет. **(5 баллов)**
2. Определите полную площадь поверхности мембраны S_m , если молекулы азота адсорбируются на ней слоем толщиной в одну молекулу N_2 . Диаметр молекулы азота $d = 0,32 \text{ нм}$. **(5 баллов)**
3. Какова природа взаимодействия молекул азота с поверхностью мембраны, изготовленной из оксида алюминия? **(3 балла)**
4. Рассчитайте радиус пор R_p изученной мембраны, если поры занимают $\omega = 12\%$ её объёма. Можно считать, что полная площадь поверхности мембраны равна суммарной площади поверхности всех пор. **(7 баллов)**

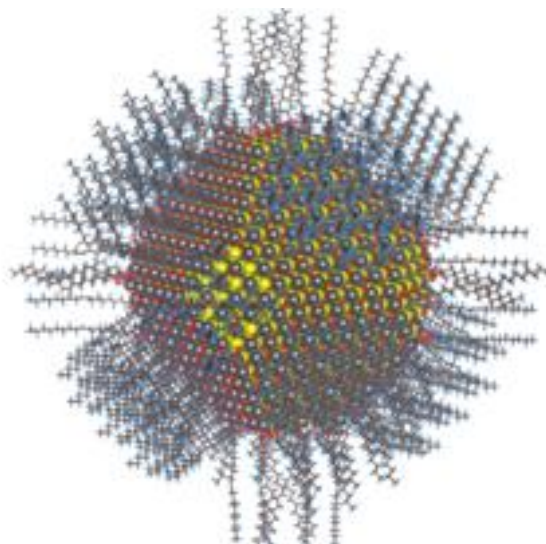
Задача 7. Квантовые точки CdS (20 баллов)

Согласно статье «Квантовая точка», приведенной в Википедии, под этим термином подразумевается «фрагмент проводника или полупроводника (например InGaAs, CdSe, CdS или GaInP/InP), носители заряда (электроны или дырки) которого ограничены в пространстве по всем трём измерениям. Размер квантовой точки должен быть настолько мал, чтобы квантовые эффекты были существенными».

В качестве иллюстрации к данной статье приводится следующий рисунок (микрофотография) с подписью «Квантовые точки сульфида кадмия».



1. Какими характерными размерами обладают квантовые точки? Каков, по вашему мнению, масштаб на приведенной микрофотографии? **(4 балла)**
2. В чем заключается очевидное несоответствие между приведенной микрофотографией и сутью статьи? **(7 баллов)**
3. Где и в качестве чего могут применяться квантовые точки? **(4 балла)**
4. Относится ли к теме «Квантовая точка» второй рисунок, приведенный в той же статье (см. ниже)? Что здесь может быть изображено? Ответ поясните. **(5 баллов)**



Задача 8. Фотогипертермия раковой опухоли (20 баллов)

Гипертермия – это метод лечения, основанный на локальном нагревании патологической области до температуры, превышающей 42 °С, с целью повредить или убить патологические клетки. В фотогипертермии источником тепла является поглощаемое тканями лазерное излучение. Современные исследования посвящены адресному внедрению в патологические ткани кремниевых наночастиц и исследованию результатов внедрения.

1. Для чего вводят кремниевые наночастицы? (4 балла)
2. Почему их использование в биомедицинских целях допустимо? (4 балла)

В препарат карциномы (злокачественная опухоль, развивающаяся из эпителиальных клеток) с размерами $a = 5$ мм, $b = 5$ мм и $d = 2$ мм ввели наночастицы кремния. Далее его начали облучать лазером мощностью $P_0 = 6$ мВт с длиной волны $\lambda = 633$ нм. Коэффициент поглощения ткани с наночастицами на данной длине волны составляет $\alpha = 15$ см⁻¹ (поглощение определяется законом Бугера-Ламберта-Бера $P_{\text{прош}} = P_0 \exp(-\alpha d)$, где $P_{\text{прош}}$ — прошедшее излучение, d — толщина).

Начальная температура препарата $T_0 = 20$ °С. Теплоемкость и плотность ткани считать равными теплоемкости и плотности мягких тканей ($c = 3360$ Дж/(кг·°С) и $\rho = 1050$ кг/м³). Считать, что препарат нагревается равномерно, теплообменом с окружающей средой пренебречь. Отражение света от ткани и рассеяние излучения в ткани такой толщины пренебрежимо мало.

3. В течение какого времени понадобится облучать препарат, чтобы нагреть его до температуры $T = 45$ °С? (12 баллов)



Физика для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап) Вариант IV. Решения

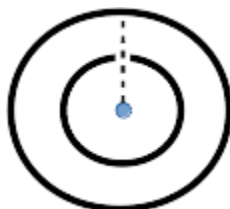
Решение задачи 1. Напыление контактов (8 баллов)

Среднеквадратичная скорость: $\sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$

$$V_1 = 491 \text{ м/с}, \quad V_2 = 590 \text{ м/с}$$

Существует распределение молекул по скоростям, но для оценки расстояния между центрами полосок можно пользоваться понятием среднеквадратичной скорости.

При вращении время пролета между малым и большим цилиндрами: $\tau = \frac{R_2 - R_1}{\sqrt{\langle V^2 \rangle}}$



Расстояние на котором будет напылена полоска от пунктирной линии (см. рис.):

$$l = R_2 2\pi\omega\tau = R_2 2\pi\omega \frac{R_2 - R_1}{\sqrt{\langle V^2 \rangle}}$$

Расстояние между полосками: $l_2 - l_1 = \frac{\sqrt{m} R_2 (R_2 - R_1) 2\pi\omega}{\sqrt{3k}} \left(\frac{1}{\sqrt{T_1}} - \frac{1}{\sqrt{T_2}} \right) \approx 53.2 \text{ мкм.}$

Решение задачи 2. Масс-спектр фуллерена (8 баллов)

При ускорении ионов в электрическом поле: $\frac{m_1 V_1^2}{2} = q_1 U$ и $\frac{m_2 V_2^2}{2} = q_2 U$. Далее в магнитном поле скорости по модулю не будут меняться.

Учитывая, что $q_2 = 2 \cdot q_1$, выразим отношение:

$$\frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{2m_1}{m_2}} \approx 1,3. \text{ У двухзарядного иона скорость больше в 1,3 раз.}$$

При движении в магнитном поле по дуге окружности сила Лоренца сообщает центростремительное ускорение: $m\vec{a} = \vec{F}_L$.

$$\frac{m_1 V_1^2}{R} = q_1 V_1 B_1$$

$$B_1 = \frac{m_1 V_1}{q_1 R}, \text{ аналогично } B_2 = \frac{m_2 V_2}{q_2 R}.$$

Учитывая, что $q_2 = 2 \cdot q_1$, выразим отношение:

$$\frac{B_2}{B_1} = \frac{m_2 V_2}{2m_1 V_1} = \frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{2m_1}} \Rightarrow B_2 = B_1 \frac{\sqrt{70}}{\sqrt{2 \cdot 60}} \approx 0,15 \text{ Тл}$$

Решение задачи 3. Плёнки Ленгмюра-Блоджетт (8 баллов)

1. Поверхностно-активные вещества снижают величину поверхностного натяжения, поэтому их применяют в качестве мыла, шампуней и моющих средств, а также в пищевой промышленности в качестве эмульгаторов.
2. Определим число молекул ПАВ, составляющих плёнку:

$$N = \nu N_A = \frac{m}{M} N_A,$$

где ν – количество вещества (моль), N_A – число Авогадро (моль⁻¹).

$$N = \frac{17,4 \cdot 10^{-9} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}}{0,87 \frac{\text{кг}}{\text{моль}}} \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} = 1,2 \cdot 10^{16}$$

Рассчитаем площадь, занимаемую таким числом молекул ПАВ:

$$S_N = N S_1,$$

где S_N – площадь, занимаемая N молекулами ПАВ (м²), S_1 – площадь поперечного сечения молекулы ПАВ (м²).

$$S_N = 1,2 \cdot 10^{16} \cdot 0,09 \cdot 10^{-18} \text{ м}^2 = 10,8 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 10,8 \text{ см}^2$$

Полученное значение в три раза превышает площадь плёнки, указанную в условии ($S_N/S = 3$). Следовательно, плёнка состоит из трёх слоёв молекул ПАВ. Так как длина одной молекулы равна 3,2 нм, то толщина плёнки в три раза больше и составляет

$$h = 3L$$

$$h = 3 \cdot 3,2 \text{ нм} = 9,6 \text{ нм}$$

Решение задачи 4. Нанолазер (8 баллов)

1. Объем элементарной ячейки составляет $V_0 \approx 0,7 \text{ нм}^3$. Объем нанонити: $V \approx 1,66 \cdot 10^{10} \text{ нм}^3$. Полная энергия, требуемая для возбуждения всех элементарных излучателей:

$$E = 4,1 \cdot 10^{-21} \cdot \frac{V}{V_0} \approx 9,7 \cdot 10^{-11} \text{ Дж}$$

2. В пересчете на единицу площади нанонити и с учетом коэффициента $\frac{1}{2}$ (достаточно возбудить половину излучателей) получаем искомую минимальную плотность энергии:

$$I = \frac{1}{2} \frac{E}{S} = 0,5 \cdot \frac{9,7 \cdot 10^{-11}}{0,55 \cdot 10^{-4} \cdot 55 \cdot 10^{-4}} \approx 160 \text{ мкДж/см}^2$$

Решение задачи 5. Модификация оптических свойств тонких металлоорганических пленок (8 баллов)

1. Пленки на фотографиях имеют разные цвета благодаря интерференции. Поскольку они имеют различные показатели преломления, условие максимума интерференции для отраженных волн в них выполняется при разных длинах волн (толщина пленок и угол падения по условию одинаковые).
2. На спектрах отражения видны максимумы – точки, в которых выполняется условие интерференционных максимумов. Условие максимума m -го порядка для отраженного света (с учетом закона преломления, β - угол преломления, $n_0 = 1$ – показатель преломления воздуха):

$$2dn_i \cos \beta_i = 2dn_i \sqrt{1 - \sin^2 \beta_i} = 2dn_i \sqrt{1 - \frac{n_0^2}{n_i^2} \sin^2 \alpha} = 2d \sqrt{n_i^2 - \sin^2 \alpha} = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_i$$

Отсюда выразим:

$$m = \frac{2d \sqrt{n_i^2 - \sin^2 \alpha}}{\lambda_i} - \frac{1}{2}$$

Определим порядок интерференционного максимума через уравнение для пленки, модифицированной пропиональдегидом. В этой пленке условие максимума выполняется при длине волны $\lambda_2 = 470$ нм (по графику).

$$m = \frac{2 \cdot 300 \cdot 10^{-9} \cdot \sqrt{1,371^2 - 0,5}}{470 \cdot 10^{-9}} - 0,5 = 1$$

Тогда для пленки без модификации условие первого интерференционного максимума, выполняемое при длине волны $\lambda_1 = 435$ нм (по графику):

$$2d \sqrt{n_1^2 - \sin^2 \alpha} = \frac{3}{2} \lambda_1$$

Отсюда показатель преломления пленки без модификации:

$$n_1 = \sqrt{\left(\frac{3 \lambda_1}{4 d}\right)^2 + \sin^2 \alpha} = \sqrt{\left(\frac{3 \cdot 435 \cdot 10^{-9}}{4 \cdot 300 \cdot 10^{-9}}\right)^2 + 0,5} \approx 1,297$$

Альтернативное решение: так как интерференционные максимумы пленок одного и того же порядка, можно его не определять, а только приравнять для двух пленок. Тогда показатель преломления определяется из уравнения:

$$\frac{2 d \sqrt{n_1^2 - \sin^2 a}}{\lambda_1} = \frac{2 d \sqrt{n_2^2 - \sin^2 a}}{\lambda_2}$$

Решение задачи 6. Адсорбция азота (20 баллов)

1. Определим исходное количество газообразного азота в сосуде при температуре 297K:

$$pV = \nu RT$$

$$\nu_1 = \frac{p_1 V}{RT_1}$$

При температуре 77K давление насыщенных паров азота равно 98,1 кПа, поэтому в газовой фазе может присутствовать только

$$\nu_2 = \frac{p_2 V}{RT_2} \text{ моль азота.}$$

Следовательно, конденсировалось

$$\Delta \nu = \nu_1 - \nu_2$$

$$\Delta \nu = \frac{378,6 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 297 \text{ К}} - \frac{98,1 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot 2,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}} \cdot 77 \text{ К}} =$$

$$= \left(\frac{378,6 \text{ Па}}{297 \text{ К}} - \frac{98,1 \text{ Па}}{77 \text{ К}} \right) \cdot \frac{2,3 \text{ м}^3}{8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ моль азота}$$

Значит, масса мембраны увеличится на массу сконденсировавшегося азота, то есть на

$$\Delta m = \Delta \nu \cdot M$$

$$\Delta m = 2 \cdot 10^{-4} \text{ моль} \cdot 0,028 \frac{\text{кг}}{\text{моль}} = 5,6 \text{ мг}$$

2. Определим число молекул сконденсировавшегося азота

$$n = \Delta \nu \cdot N_A$$

$$n = 2 \cdot 10^{-4} \text{ моль} \cdot 6 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1} = 1,2 \cdot 10^{20}$$

Площадь поверхности, которую они занимают, равна

$$S_n = S_1 \cdot n$$

$$S_n = \pi \cdot \left(\frac{d}{2} \right)^2 \cdot n$$

$$S_n = \pi \cdot \left(\frac{0,32 \cdot 10^{-9} \text{ м}}{2} \right)^2 \cdot 1,2 \cdot 10^{20} = 9,65 \text{ м}^2$$

Так как по условию молекулы азота адсорбируются на мембране слоем толщиной в одну молекулу, то суммарная площадь n молекул азота равна площади поверхности мембраны. Следовательно, полная площадь поверхности мембраны $S_M = 9,65 \text{ м}^2$.

3. Молекулы азота удерживаются на поверхности мембраны, изготовленной из оксида алюминия, силами Ван-дер-Ваальса.
4. Объем мембраны равен

$$V_M = Sh$$

Поры занимают $\omega = 12\%$ от объема мембраны, поэтому, с одной стороны, их суммарный объем равен

$$V_{\text{пор}} = Sh\omega$$

Так как объем одной цилиндрической поры равен

$$V_1 = \pi R_{\Pi}^2 h,$$

то, с другой стороны, суммарный объем N пор равен

$$V_N = \pi R_{\Pi}^2 hN$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} Sh\omega &= \pi R_{\Pi}^2 hN \\ N &= \frac{S\omega}{\pi R_{\Pi}^2} \end{aligned}$$

Так как по условию полная площадь поверхности мембраны равна суммарной площади поверхности всех пор, то

$$\begin{aligned} S_M &= 2\pi R_{\Pi} hN \\ N &= \frac{S_M}{2\pi R_{\Pi} h} \end{aligned}$$

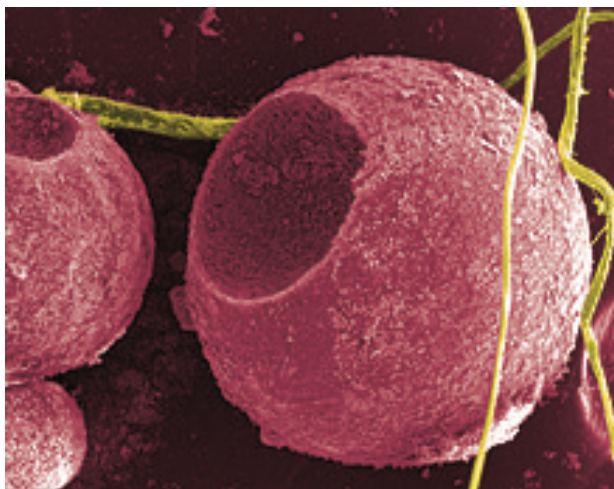
Значит,

$$\begin{aligned} \frac{S\omega}{\pi R_{\Pi}^2} &= \frac{S_M}{2\pi R_{\Pi} h} \\ R_{\Pi} &= \frac{2hS\omega}{S_M} \\ R_{\Pi} &= \frac{2 \cdot 200 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot 20,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \cdot 0,12}{9,65 \text{ м}^2} = 1 \cdot 10^{-8} \text{ м} = 10 \text{ нм} \end{aligned}$$

Решение задачи 7. Квантовые точки CdS (20 баллов)

Согласно статье «Квантовая точка», приведенной в Википедии, под этим термином подразумевается «фрагмент проводника или полупроводника (например InGaAs, CdSe, CdS или GaInP/InP), носители заряда (электроны или дырки) которого ограничены в пространстве по всем трём измерениям. Размер квантовой точки должен быть настолько мал, чтобы квантовые эффекты были существенными».

В качестве иллюстрации к данной статье приводится следующий рисунок (микрофотография) с подписью «Квантовые точки сульфида кадмия».



1. Размеры квантовых точек могут варьироваться в зависимости от материала, из которого состоит квантовая точка, но характерные значения находятся обычно в интервале от единиц до десятков нанометров.
2. На микрофотографии изображен объект с размерами, явно превышающими характерный размер квантовых точек. Этот размер настолько мал, что на типичных изображениях квантовых точек можно наблюдать их структуру, т.е. отдельные атомы, из которых они состоят. Увеличение данного снимка таково, что можно видеть мелкие детали на поверхности центральной сферы и вокруг нее, включая некие нити, но атомная структура при этом не видна. Таким образом, размеры изображенных сфер относятся, по-видимому, к микрометровому диапазону, а не к нанометровому.
3. Люминесцентные квантовые точки применяют, например, в экранах современных телевизоров в качестве люминофоров (QLED технология), а также в биологии и медицине – в качестве маркеров заболеваний, для адресной доставки лекарств и т.д.
4. Не являясь микрофотографией, второй рисунок действительно изображает квантовую точку - хорошо видна ее атомная структура (атомы минимум двух сортов), а также некие молекулы, посаженные на поверхность. Оригинальная подпись к рисунку гласит: «Коллоидная квантовая точка, покрытая слоем стабилизатора».

Решение задачи 8. Фотогипертермия раковой опухоли (20 баллов)

Гипертермия – это метод лечения, основанный на локальном нагревании патологической области до температуры, превышающей 42 °С, с целью повредить или убить патологические клетки. В фотогипертермии источником тепла является поглощаемое тканями лазерное излучение. Современные исследования посвящены адресному внедрению в патологические ткани кремниевых наночастиц и исследованию результатов внедрения.

1. Введение в патологические ткани хорошо поглощающих кремниевых наночастиц позволяет получить необходимый контраст в эффективности поглощения лазерного излучения между патологическими и нормальными тканями.

2. Кремниевые наночастицы являются биосовместимыми (т.е. безопасными для человека, инертными, нетоксичными) и биodeградируемыми (легко выводятся из организма, не накапливаясь в тканях).
3. Энергия лазерного излучения, поглощенного в ткани, расходуется на то, чтобы нагреть образец ткани:

$$W_{\text{полг}} = W_{\text{нагр}}$$

Энергия, поглощенная за время t :

$$W_{\text{полг}} = P_{\text{полг}} t$$

Чтобы рассчитать мощность прошедшего излучения, используем закон Бугера-Ламберта:

$$P_{\text{прош}} = P_0 e^{-\alpha d}$$

Тогда мощность поглощенного излучения:

$$P_{\text{полг}} = P_0 - P_{\text{прош}} = P_0 (1 - e^{-\alpha d})$$

Энергия, необходимая для нагрева образца с размерами $(a \cdot b \cdot d)$ на $T - T_0$

$$W_{\text{нагр}} = cm(T - T_0) = c\rho abd(T - T_0)$$

В результате получаем уравнение:

$$P_0 (1 - e^{-\alpha d}) t = c\rho abd(T - T_0)$$

Отсюда время:

$$t = \frac{c\rho abd(T - T_0)}{P_0 (1 - e^{-\alpha d})} = \frac{3360 \cdot 1050 \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot (45 - 20)}{6 \cdot 10^{-3} \cdot (1 - e^{-15 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-3}})} = 774 \text{ с}$$

$\approx 13 \text{ мин}$



Математика. Заключительный этап

Комплекс предметов

Категория участников: школьники 7-11 классов

Задания заключительного этапа XVI Всероссийской олимпиады "Нанотехнологии - прорыв в будущее!" по математике. Задачи 1-5 – простые, задачи 6-8 – сложные.

Задания

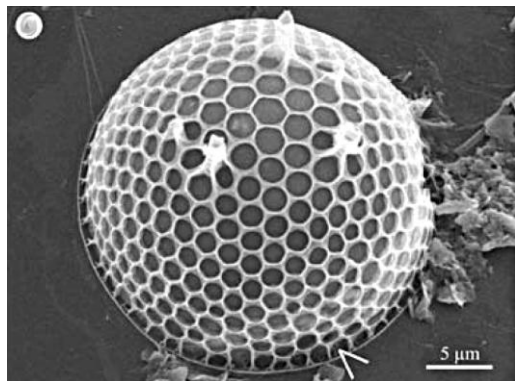
- 1. Многогранность диатомовых водорослей**
- 2. Палиндром**
- 3. Читая суперпамять**
- 4. Перегруппировка нанотрубки**
- 5. Композитное волокно**
- 6. Нанокластеры из треугольных слоев**
- 7. Рекордный каркас**
- 8. Самосборка молекулярных треугольников**

ВСЕ ЗАДАЧИ СОБРАНЫ В ОДНОМ ФАЙЛЕ (дополнительные материалы даны в конце файла, калькулятором пользоваться запрещено):

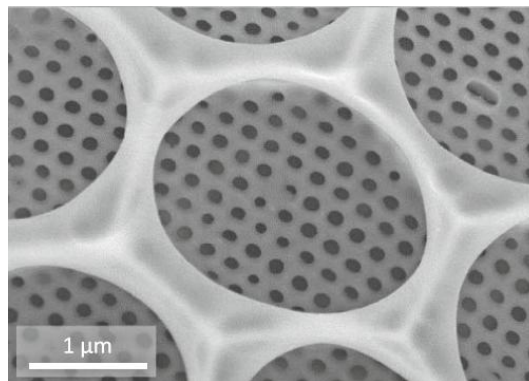


Математика для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап)
Вариант IV

Задача 1. Многогранность диатомовых водорослей (8 баллов)



а



б

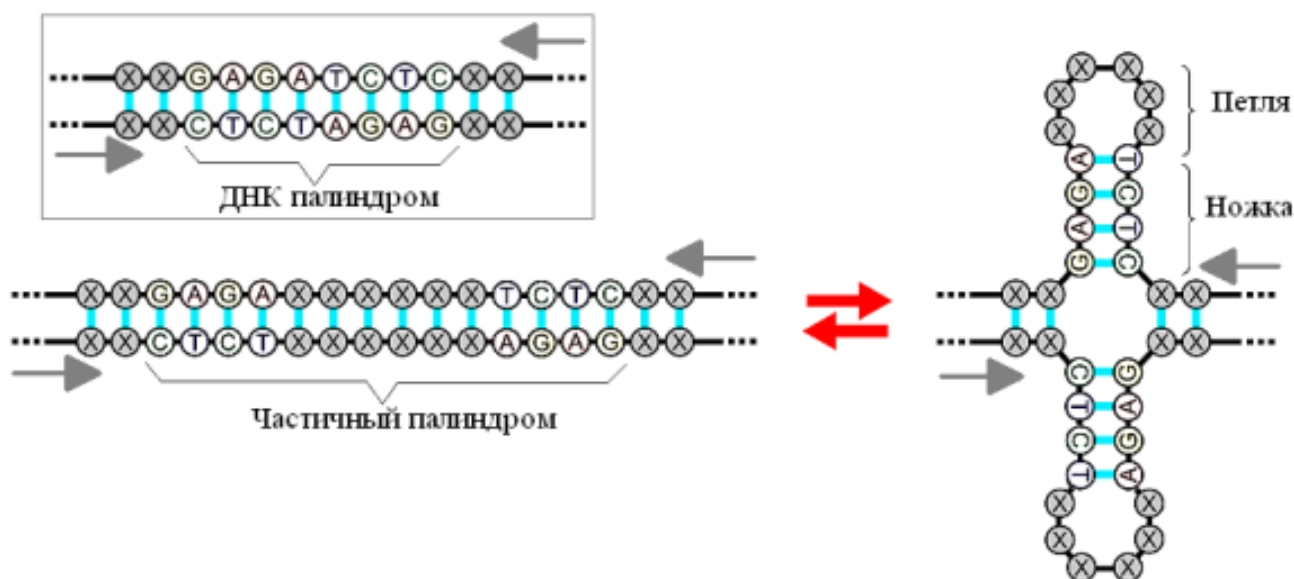
*Рис. 1. Изображения «панциря» одноклеточной диатомовой водоросли *S. turris*, полученные при помощи сканирующей электронной микроскопии.*

а) Внешний вид. б) Фрагмент «панциря» с ячейкой в виде условного шестиугольника.

Ажурный «панцирь» некоторой диатомовой водоросли можно представить как выпуклый многогранник, составленный из условных пяти-, шести- и семиугольных ячеек, в каждой вершине которого сходится ровно по три грани (рис. 1).

1. Воспользовавшись теоремой Эйлера, рассчитайте число пяти- и шестиугольных граней в таком многограннике, если он содержит 972 вершины и 122 семиугольных грани. **(3 балла)**
2. Оцените площадь поверхности «панциря» (в мкм^2) и его диаметр (в мкм), если длины ребер многоугольников составляют $d = 1 \text{ мкм}$. Укажите, какие приближения при этом использовались. **(5 баллов)**

Задача 2. Палиндром (8 баллов)



Двухцепочечная молекула ДНК сформирована всего из четырех «букв»-нуклеотидов – **A, C, G, T**. «Буквы» ДНК из одной цепочки способны связываться попарно ($A \leftrightarrow T$, $G \leftrightarrow C$) с буквами из читаемой в противоположном направлении соседней цепочки, называемой комплементарной. Одной из характерных особенностей природной ДНК является наличие ДНК-палиндромов – таких последовательностей ДНК, прочтение которых совпадает с прочтением в обратном направлении по комплементарной цепочке (пример ДНК-палиндрома **CTCTAGAG** показан на рисунке).

1. Вероятность того, что случайная¹ последовательность ДНК длиной x является ДНК-палиндромом, составляет $1/4096$. Найдите x . **(2 балла)**

Важную биологическую роль играют частичные ДНК-палиндромы, имеющие некомплементарные вставки (см. рис.). Например, они являются неотъемлемой частью системы адаптивного иммунитета бактерий CRISPR.

2. Рассчитайте вероятность того, что случайная¹ последовательность ДНК является частичным ДНК-палиндромом с «ножкой» (см. рис.), равной строго² 6 нуклеотидов, и «петлей» длиной 4 нуклеотида. **(6 баллов)**

¹ Случайная последовательность ДНК – случайное расположение нуклеотидов в одной из двух цепочек, вторая (комплементарная) цепочка при решении не рассматривается.

² То есть, нуклеотиды до и после частичного ДНК-палиндroma, а также крайние нуклеотиды «петли» попарно некомплементарны.

Задача 3. Читай суперпамять (8 баллов)

Большая устойчивость наноструктур внутри кварца позволяет сохранять информацию на кварцевых дисках практически вечно. В то же время, такие диски пока не отличаются рекордными объемами или высокой скоростью чтения данных.

Рассмотрим кварцевый диск диаметром 10 см, на поверхности которого сформирована спиральная последовательность из наноструктур, каждая из которых кодирует 8 бит информации. При этом расстояние между отдельными наноструктурами как в пределах одного витка, так и между соседними витками одинаково и составляет 1 мкм.

1. За какое время прочитается весь диск, если скорость вращения диска постоянна и составляет 1000 оборотов в минуту, а считывающий информацию лазер свободно перемещается вдоль радиуса диска? **(2 балла)**
2. Какая максимальная скорость чтения диска (байт/сек) достигается при чтении? **(3 балла)**
3. Сколько байт информации может храниться на этом диске? **(3 балла)**

Задача 4. Перегруппировка нанотрубки (8 баллов)



Рис. 1.

Одностенные углеродные нанотрубки (УНТ) обладают свойством суперэластичности: под действием растягивающей их силы они могут очень сильно удлиняться без разрушения благодаря перегруппировке структуры УНТ с изменением взаимного расположения шестиугольников в ней (рис. 1).

Рассчитайте, во сколько раз изменилась длина УНТ (11, 9), если после ее полной перегруппировки получилась новая УНТ с индексами хиральности (6, 1).

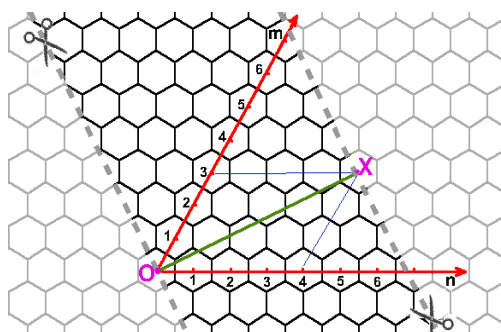


Рис. 2. Развертка любой УНТ задается взаимным расположением пары шестиугольников (O и X), совмещаемых при «склеивании» этой развертки в трубку, и представляет собой графеновую ленту шириной OX. Неотрицательные числа (n, m) являются координатами центра одного из этих шестиугольников относительно другого в косоугольной системе координат и называются индексами хиральности УНТ.

На рисунке приведен пример развертки УНТ (4,3). Пунктиром обозначены линии «отреза».

Задача 5. Композитное волокно (8 баллов)

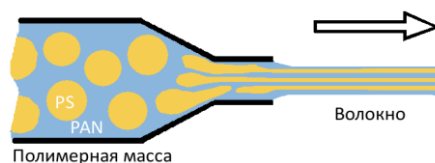
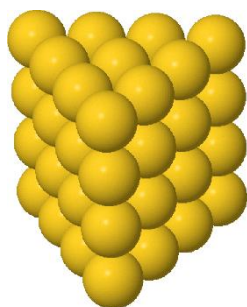


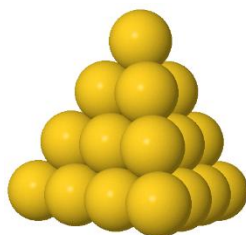
Рис. 1. Схематичное изображение процесса формирования композитного волокна: полимерная масса, представляющая собой сферические капли полистирола (PS), равномерно распределенные в объеме полиакрилонитрила (PAN), превращается в волокно, внутри которого в матрице PAN расположены нити PS.

1. Рассчитайте объемную долю ω PS в исходной полимерной массе (**3 балла**), если в итоговом волокне радиус нитей PS составляет $r_{PS} = 25$ нм, одна нить PS приходится в среднем на 5800 нм^2 поперечного сечения волокна, а при формировании волокна доля PS не изменяется.
2. Рассчитайте расстояние L между каплями PS в исходной полимерной массе (**5 баллов**), если радиус капель PS составляет $R_{PS} = 93$ нм. Считайте, что капли PS распределены в полимерной массе равномерно так, что их центры расположены друг относительно друга как вершины куба.

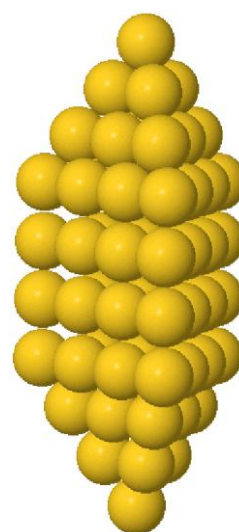
Задача 6. Нанокластеры из треугольных слоев (20 баллов)



Треугольная призма (П)



Тетраэдр (Т)



*Равносторонняя удлиненная
треугольная бипирамида (Б)*

Рассмотрим три типа нанокластеров, в основе построения которых лежит плоский треугольный слой, на ребро которого приходится n атомов металла (примеры для $n = 4$ показаны на рисунке). Это нанокластеры в форме

- равносторонней треугольной призмы (П), сложенной из n одинаковых треугольных слоев;
- тетраэдра (Т), сложенного из n треугольных слоев, на ребро которых приходится от одного до n атомов металла;
- равносторонней удлиненной треугольной бипирамиды (Б), представляющей собой равностороннюю призму (П), на торцах которой были достроены тетраэдры.

1. Запишите зависимость общего числа атомов металла N_0 в плоском треугольном слое от числа атомов n , приходящихся на его ребро. **(1 балл)**
2. Для нанокластеров в форме а) П, б) Т, в) Б выведите зависимость общего числа атомов металла N в нанокластере от числа атомов n , приходящихся на его ребро. **(3 балла)**
3. Из атомов некоторого нанокластера в форме Б, на ребро которого приходится x атомов, можно собрать без остатка нанокластер в форме П, на ребро которого приходится на один атом больше. Найдите все возможные $x > 1$, удовлетворяющие этому условию. **(2 балла)**
4. Для нанокластеров в форме а) П, б) Т, в) Б выведите зависимость общего числа атомов металла в поверхностном слое M от числа атомов n , приходящихся на его ребро. **(5 баллов)**

5. Если взять два одинаковых нанокластера в форме **Т**, на ребро каждого из которых приходится **y** атомов, то из составляющих эти нанокластеры атомов можно собрать без остатка поверхностный слой нанокластера в форме **Б** также с ребром **y** атомов. Найдите все $y > 1$, удовлетворяющие данному условию. **(3 балла)**
6. Для нанокластеров в форме **Т** и **Б** из в. 4, отвечающих максимальному из найденных значений **n**,
 - а) Рассчитайте **N** и **M**. **(1 балл)**
 - б) Оцените размер кластера как минимальный диаметр сферы, внутри которой находятся все атомы. Радиус атома металла примите равным $r = 0,14$ нм. **(5 баллов)**

Задача 7. Рекордный каркас (20 баллов)

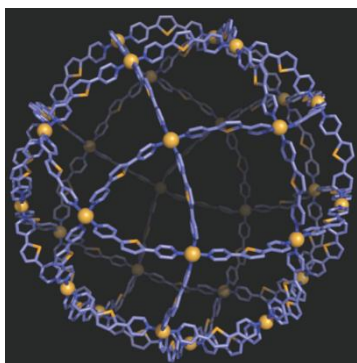


Рис. 1. Схематичное изображение МОКС-90: два типа элементов – 30 атомов металла (узлы каркаса) и 60 органических «мостиков» (ребра каркаса).

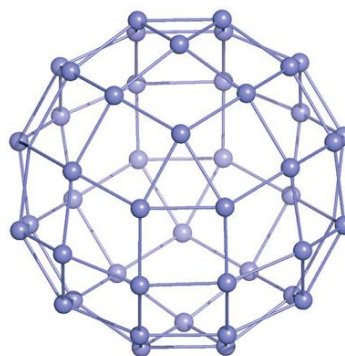


Рис. 2. Схематичное изображение структуры МОКС-144.

Рассмотрим такие металлоорганические каркасные структуры (МОКС), в которых соединенные органическими «мостиками» атомы металла образуют высокосимметричный выпуклый многогранник, составленный из треугольников и квадратов так, что в каждой вершине сходятся по четыре ребра (рис. 1).

Общее число атомов металла **M** в таких МОКС может быть записано как

$$M = 6(a^2 + b^2), \quad (1)$$

где **a**, **b** – целые неотрицательные числа.

1. Воспользовавшись, если это необходимо, теоремой Эйлера для выпуклых многогранников, найдите, чему равны **M**, **a**, **b**, общее число органических «мостиков» **L**, а также число треугольных **F₃** и квадратных **F₄** граней для многогранников, отвечающих:
 - а) самой маленькой каркасной структуре, задаваемой формулой (1). Как называется соответствующий ей многогранник? **(2 балла)**

- б) МОКС, в которой все треугольные грани имеют попарно общие вершины. Как называется этот многогранник? **(2,5 балла)**
- в) самой маленькой МОКС, в которой треугольные грани разделены между собой, то есть, не имеют общих вершин. **(2,5 балла)**
2. В 2016 году путем самосборки был синтезирован рекордный каркас МОКС-144, состоящий из 144 структурных элементов (атомов металла и органических «мостиков», см. рис. 2). Рассчитайте для него **M , L , a , b** , а также число треугольных **F_3** и квадратных **F_4** граней. **(3 балла)**
- С помощью моделирования было показано, что из одного и того же набора атомов металла и «мостиков» (**$M_{II} = M$** и **$L_{II} = L$**) можно построить не только многогранники, отвечающие рассмотренным МОКС, но и каркасы МОКС-II, имеющие форму многогранников, составленных из треугольников, квадратов и пятиугольников, в каждой вершине которых сходятся одна треугольная, две квадратных и одна пятиугольная грань.
3. Воспользовавшись, теоремой Эйлера для выпуклых многогранников, найдите общее число пятиугольных граней **F_5** для произвольного МОКС-II. **(2 балла)** Рассчитайте число треугольных **F_3** , квадратных **F_4** и пятиугольных **F_5** граней для МОКС-II-144. **(4 балла)**
4. Оцените длину органического «мостика» в МОКС-144, если известно, что размер этой каркасной структуры составляет 7 нм. Перечислите сделанные при расчете допущения. **(4 балла)**

Задача 8. Самосборка молекулярных треугольников (20 баллов)

Методом самосборки из двух видов молекул (**ВРyВ** и **L-Trp**, рис. 1а) были получены наноструктуры в виде двумерных треугольников Серпинского T_n четырех разных поколений n , построенных по принципу, показанному на рисунке 1б-и.

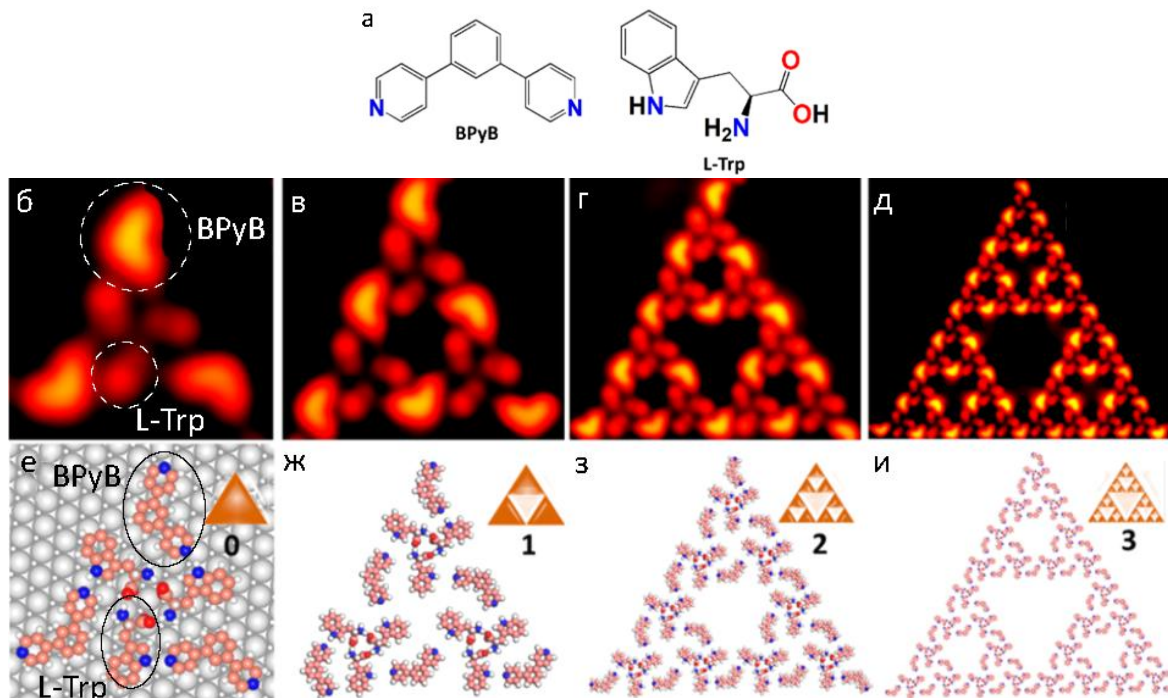


Рис. 1. а) Два молекулярных «кирпичика» (ВРyВ и L-Trp), из которых построены иерархические наноструктуры. На рис. б) и е) они выделены рамками.

б) – д) Изображения T_n ($n = 0, 1, 2$ и 3), полученные при помощи сканирующей туннельной микроскопии.

е) – и) Схематичные изображения этих T_n .

- Для каждого треугольника Серпинского на рис. 1, определите число молекул $N_{\text{ВРyВ}}$ и $N_{\text{L-Trp}}$ в нем. **(2 балла)**
- Выведите общую зависимость $N_{\text{ВРyВ}}$ и $N_{\text{L-Trp}}$ в треугольнике Серпинского T_n от номера его поколения n . **(4 балла)**
- Рассчитайте соотношение компонентов $N_{\text{L-Trp}}:N_{\text{ВРyВ}}$ для
 - T_0, T_1, T_2 ; **(1,5 балла)**
 - бесконечно большого треугольника Серпинского. **(2,5 балла)**
- Найдите n для треугольника, состоящего суммарно из 1095 молекул. **(4 балла)**
- Оцените размер треугольника **D (3 балла)**, состоящего суммарно из 1095 молекул, а также размер его центральной полости **d (3 балла)**, если длина ребра T_0 составляет $a = 2$ нм. Размером треугольника считать диаметр описанной вокруг него окружности, размером полости – диаметр вписанной в нее окружности.

Дополнительные материалы

Теорема Эйлера для выпуклого многогранника:

$$V - E + F = 2,$$

где **V**, **E**, **F** – это, соответственно, число вершин, ребер и граней многогранника.

При расчетах **π** считать равным 3,1.

$$\sqrt{2} \approx 1,4, \sqrt{3} \approx 1,7, \sqrt{5} \approx 2,2, \sqrt{7} \approx 2,6, \sqrt{11} \approx 3,3, \sqrt{13} \approx 3,6, \sqrt{17} \approx 4,1, \sqrt{19} \approx 4,4.$$

$$\sqrt[3]{2} \approx 1,26, \sqrt[3]{3} \approx 1,44, \sqrt[3]{5} \approx 1,71, \sqrt[3]{7} \approx 1,91, \sqrt[3]{11} \approx 2,22.$$

$$\lg 2 = 0,30, \lg 3 = 0,48, \lg 5 = 0,70, \lg 7 = 0,85.$$

Сумма квадратов последовательности натуральных чисел 1, 2, ..., **n**:

$$\sum_{m=1}^n m^2 = n(n+1)(2n+1)/6.$$



Математика для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап)

Вариант IV. Решения

Решение задачи 1. Многогранность диатомовых водорослей (8 баллов)

1. Запишем теорему Эйлера для рассматриваемого многогранника:

$$V = 5F_5/3 + 6F_6/3 + 7F_7/3 = 972$$

(каждый n -угольник дает n вершин, но каждая вершина принадлежит трем многоугольникам),

$$E = 5F_5/2 + 6F_6/2 + 7F_7/2$$

(каждый n -угольник дает n ребер, но каждое ребро принадлежит двум многоугольникам),

$$F = F_5 + F_6 + F_7.$$

Тогда

$$5F_5/3 + 6F_6/3 + 7F_7/3 - (5F_5/2 + 6F_6/2 + 7F_7/2) + F_5 + F_6 + F_7 = 2$$

$$F_5 - F_7 = 12$$

Рассчитаем число граней разных типов:

$$F_7 = 122$$

$$F_5 = 12 + F_7 = 12 + 122 = 134$$

$$F_6 = 0,5(V - 5F_5/3 - 7F_7/3) = 0,5(972 - 5 \cdot (12 + 122)/3 - 7 \cdot 122/3) = 232$$

2. Площадь поверхности многогранника равна сумме площадей составляющих его многоугольников, помноженных на общее число многоугольников каждого вида:

$$S = F_5 \cdot S_5 + F_6 \cdot S_6 + F_7 \cdot S_7.$$

Площадь любого равностороннего многоугольника можно приблизить суммой площадей равносторонних треугольников

$$S_3 = 0,5d^2 \sin 60^\circ = d^2 \sqrt{3}/4:$$

$$S = 5F_5 \cdot S_3 + 6F_6 \cdot S_3 + 7F_7 \cdot S_3$$

$$S = S_3(5(12 + F_7) + 6F_6 + 7F_7)$$

$$S = 6S_3(10 + 2F_7 + F_6)$$

$$S = 6S_3(10 + 2 \cdot 122 + 232)$$

$$S = 2916S_3$$

$$S = 2916d^2\sqrt{3}/4 = 1239,3 \text{ мкм}^2$$

Чтобы оценить диаметр «панциря», приравняем рассчитанную ранее величину площади поверхности к площади поверхности сферы:

$$S = \pi D^2.$$

Тогда диаметр этой сферы равен

$$D = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{1239,3}{3,1}} = 20 \text{ мкм}$$

Решение задачи 2. Палиндром (8 баллов)

1. Рассчитаем вероятность того, что последовательность длиной x нуклеотидов является ДНК-палиндромом:

- всего возможно 4^x вариантов последовательностей нуклеотидов;
- поскольку, чтобы задать ДНК-палиндром, достаточно задать его первую половину (вторая половина однозначно следует из первой по правилам комплементарности, то есть, ее вероятность равна единице), то всего возможно $4^{x/2}$ вариантов палиндромов;
- тогда вероятность палиндрома длиной x составляет

$$P = \frac{4^{x/2}}{4^x} = \frac{1}{4^{x/2}}.$$

Следовательно, зная величину $P = 1/4096$, мы можем рассчитать значение x :

$$x = 2\log_4(1/P) = 2\log_4 4096 = \log_2 4096 = 12.$$

2. Рассчитаем вероятность того, что случайная последовательность длиной $(2b + 4 + 2)$ нуклеотидов является частичным ДНК-палиндромом, «ножка» которого имеет длину, точно равную b нуклеотидов, а «петля» – 4 нуклеотида:

- для $b = 6$ нуклеотидов всего возможно 4^{18} вариантов последовательностей;
- «ножку» длиной 6 нуклеотидов можно получить 4^6 способами;
- 4 из 4^2 вариантов концевых нуклеотидов последовательности длиной $2 \cdot 6 + 6 = 18$ нуклеотидов отвечают случаю частичного ДНК-палиндрома с «ножкой» длиной $6 + 1 = 7$ нуклеотидов, следовательно, остальные 12 отвечают частичному ДНК-палиндрому с «ножкой» длиной 6 нуклеотидов;
- 4^3 из 4^4 вариантов последовательности 4 нуклеотидов «петли» отвечают частичному ДНК-палиндрому с «ножкой» длиной $6 + 1 = 7$ нуклеотидов, следовательно, $3 \cdot 4^3$ отвечают частичному ДНК-палиндрому с «ножкой» длиной 6 нуклеотидов;

- тогда вероятность составляет

$$\frac{3 \cdot 4 \cdot 4^b \cdot 3 \cdot 4^3}{4^{2b+6}} = \frac{9}{4^{6+2}} = 9 \cdot 4^{-8} = 1,4 \cdot 10^{-4}.$$

Решение задачи 3. Читая суперпамять (8 баллов)

1. Предположим, что наноструктуры расположены по спирали диаметром $D = 10$ см и шириной витка $A = 1$ мкм. Тогда общее число витков находим, разделив радиус диска на ширину витка:

$$N = D/(2A) = 0,1/(2 \cdot 10^{-6}) = 0,5 \cdot 10^5$$

В свою очередь, N оборотов диск совершит за время

$$t = N/1000 = 0,5 \cdot 10^5 / 1000 = 50 \text{ мин}$$

2. Один оборот диск совершает за $1/1000$ минут. Максимальное количество информации содержится во внешнем витке, следовательно, поскольку все витки считываются за одинаковое время, при его чтении будет достигнута максимальная скорость.

Длина внешнего витка составляет $\pi(D - A)$, а общее число наноструктур в этом витке равно $\pi(D - A)/A$. Тогда объем информации, который можно считать при его прохождении, составляет

$$I_1 = \pi(D - A)/A \cdot 8 = 3,1(0,1 - 10^{-6})/10^{-6} \cdot 8 = 2479975,2 \text{ бит.}$$

Что отвечает скорости чтения

$$\tau = I_1 \cdot 1000 = 309996,9 \cdot 8 \cdot 1000 \text{ бит/мин}$$

$$\tau = 309996,9 \cdot 8 \cdot 1000 / (8 \cdot 60) \text{ байт/сек}$$

$$\tau = 5166615 \text{ байт/сек}$$

3. Найдем длину спирали L , рассчитав ее площадь двумя способами – как площадь круга диаметром D и как площадь прямоугольника длиной L и шириной A :

$$\pi D^2 / 4 = LA$$

$$L = \pi D^2 / (4A)$$

Рассчитаем общее число наноструктур для диска:

$$M = L/A = \pi D^2 / (4A^2) = 3,1 \cdot 0,1^2 / (4 \cdot 10^{-6 \cdot 2}) = 0,775 \cdot 10^{10}$$

Тогда объем записанной информации

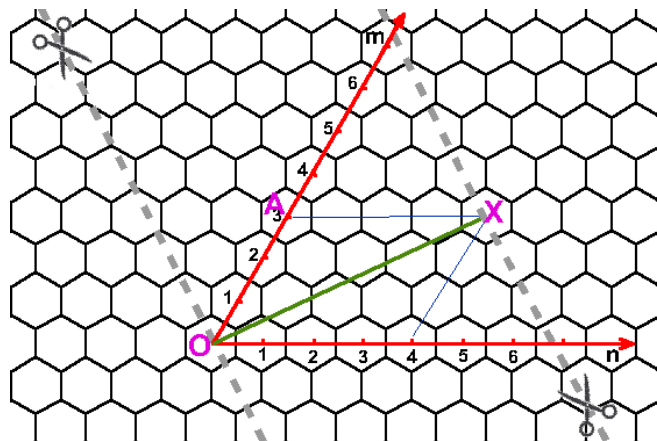
$$I = M \cdot 8 = 0,775 \cdot 10^{10} \cdot 8 = 6,2 \cdot 10^{10} \text{ бит} = 0,775 \cdot 10^{10} \text{ байт}$$

Решение задачи 4. Перегруппировка нанотрубки (8 баллов)

Поскольку общее число атомов, а, следовательно, и шестиугольников неизменно, то площадь боковой поверхности УНТ не меняется:

$$P_1 L_1 = P_2 L_2,$$

где P – периметр УНТ, равный длине отрезка OX , а L – длина УНТ.



Рассчитаем длину P , применив теорему косинусов к треугольнику OAX :

$$P = \sqrt{(\sqrt{3}an)^2 + (\sqrt{3}am)^2 - \sqrt{3}an \cdot \sqrt{3}am \cdot \cos(120^\circ)} = \sqrt{3}a\sqrt{n^2 + nm + m^2},$$

где a – сторона шестиугольника графеновой сетки (длина связи C–C).

Тогда

$$L_2/L_1 = P_1/P_2 = \frac{\sqrt{3}a\sqrt{n_1^2 + n_1m_1 + m_1^2}}{\sqrt{3}a\sqrt{n_2^2 + n_2m_2 + m_2^2}} = \frac{\sqrt{n_1^2 + n_1m_1 + m_1^2}}{\sqrt{n_2^2 + n_2m_2 + m_2^2}} = \frac{\sqrt{301}}{\sqrt{43}} = \sqrt{7} = 2,6.$$

Решение задачи 5. Композитное волокно (8 баллов)

1. Пусть длина отдельного волокна равна L , тогда его объем равен

$$V_1 = \pi r_{\text{вол}}^2 L, \quad (1)$$

а объем одной нити PS, длина которой равна длине всего волокна L , –

$$V_2 = \pi r_{\text{PS}}^2 L. \quad (2)$$

Тогда объемная доля PS в волокне (а, следовательно, и в исходной полимерной массе), составляет

$$\omega = NV_2/V_1 = N\pi r_{\text{PS}}^2 L / \pi r_{\text{вол}}^2 L = Nr_{\text{PS}}^2 / r_{\text{вол}}^2, \quad (3)$$

где **N** – общее число нитей PS в композитном волокне.

В то же время, на площадь поперечного сечения **A** = 5800 нм² приходится одна нить PS, тогда общее число нитей PS в композитном волокне составляет

$$N = \pi r_{\text{вол}}^2 / A. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), получаем

$$\omega = (\pi r_{\text{вол}}^2 / A) \cdot r_{\text{PS}}^2 / r_{\text{вол}}^2 = \pi r_{\text{PS}}^2 / A = 3,1 \cdot 25^2 / 5800 = 0,33. \quad (5)$$

В объеме исходной полимерной массы на куб с ребром **2R_{PS} + L** приходится одна капля PS объемом

$$V_{\text{PS}} = 4\pi R_{\text{PS}}^3 / 3. \quad (6)$$

В это случае объемная доля PS составляет

$$\omega = V_{\text{PS}} / (2R_{\text{PS}} + L)^3 = 4\pi R_{\text{PS}}^3 / 3 / (2R_{\text{PS}} + L)^3. \quad (7)$$

Тогда расстояние между каплями PS (с учетом (5)) равно

$$L = \sqrt[3]{\frac{4\pi R_{\text{PS}}^3}{3\omega}} - 2R_{\text{PS}} = \left(\sqrt[3]{\frac{4\pi}{3\omega}} - 2 \right) R_{\text{PS}} = \left(\sqrt[3]{\frac{4A}{3r_{\text{PS}}^2}} - 2 \right) R_{\text{PS}} = 29,1. \quad (8)$$

Решение задачи 6. Нанокластеры из треугольных слоев (20 баллов)

1. Общее число атомов металла **N₀** в плоском треугольном слое равно сумме последовательности первых **n** натуральных чисел:

$$N_0(n) = T(n) = \sum_{m=1}^n m = n(n+1)/2.$$

2.

- а) Общее число атомов в нанокластере в форме равносторонней треугольной призмы, на ребро которой приходится **n** атомов, равно сумме атомов в **n** равносторонних треугольниках, на ребро которых приходится **n** атомов. Число атомов в таком равностороннем треугольнике, в свою очередь, равно сумме последовательности натуральных чисел от 1 до **n**, **T(n)**:

$$N_{3p}(n) = nN_0(n) = n^2(n+1)/2.$$

- б) Общее число атомов в нанокластере в форме тетраэдра, на ребро которого приходится **n** атомов, равно сумме атомов в **n** равносторонних треугольниках, на ребра которых приходится от 1 до **n** атомов:

$$N_{td}(n) = \sum_{m=1}^n N_0(m) = \sum_{m=1}^n [m(m+1)/2] = (n^3 + 3n^2 + 2n)/6.$$

- в) Удлиненная треугольная бипирамида может быть представлена как сочетание равносторонней треугольной призмы, на ребро которой приходится **n** атомов, и

двух тетраэдров, на каждое ребро которых приходится по $(n - 1)$ атому. Тогда общее число атомов в нанокластере в форме удлиненной треугольной бипирамиды составляет:

$$N_{збр}(n) = N_{зп}(n) + 2N_{td}(n - 1) = n^2(n + 1)/2 + 2 \cdot ((n - 1)^3 + 3(n - 1)^2 + 2(n - 1))/6 = (5n^3 + 3n^2 - 2n)/6.$$

3. Запишем уравнение согласно условию:

$$N_{зп}(n + 1) = N_{збр}(n)$$

Преобразуя, получаем:

$$(n + 1)^2(n + 2)/2 = (5n^3 + 3n^2 - 2n)/6$$

$$n^3 - 9n^2 - 17n - 6 = 0$$

Находим корни кубического уравнения:

$$(n + 1)(n - 6)(2n - 1) = 0$$

Условию $n > 1$ удовлетворяет только один корень, $n = 6$.

4.

а) Число атомов в поверхностном слое нанокластера в форме равносторонней треугольной призмы, на ребро которой приходится n атомов, составляет:

$$M_{зпр}(n) = 2T(n) \text{ (тр. грани)} + 3n^2 \text{ (кв. грани)} - 9n \text{ (учет повтора ребер)} + 6 \text{ (вершины)}$$

$$M_{зпр}(n) = 2 \cdot n^2(n + 1)/2 + 3n^2 - 9n + 6 = 4n^2 - 8n + 6.$$

б) Число атомов в поверхностном слое нанокластера в форме тетраэдра, на ребро которого приходится n атомов, составляет:

$$M_{td}(n) = 4T(n) \text{ (тр. грани)} - 6n \text{ (учет повтора ребер)} + 4 \text{ (вершины)}$$

$$M_{td}(n) = 4 \cdot n^2(n + 1)/2 - 6n + 4 = 2n^2 - 4n + 4.$$

в) Число атомов в поверхностном слое нанокластера в форме удлиненной треугольной бипирамиды, на ребро которой приходится n атомов, составляет:

$$M_{збр}(n) = 6T(n) \text{ (тр. грани)} + 3n^2 \text{ (кв. грани)} - 15n \text{ (учет повтора ребер)} + 8 \text{ (вершины)}$$

$$M_{збр}(n) = 6 \cdot n^2(n + 1)/2 + 3n^2 - 15n + 8 = 6n^2 - 12n + 8.$$

5. Запишем уравнение согласно условию:

$$2N_{td}(n) = M_{збр}(n)$$

$$2 \cdot (n^3 + 3n^2 + 2n)/6 = 6n^2 - 12n + 8$$

$$n^3 - 15n^2 + 38n - 24 = 0$$

$$(n-1)(n-2)(n-12) = 0$$

Условию $n > 1$ удовлетворяют два корня, $n = 2$ и $n = 12$.

6.

а) $N_{td}(12) = 364$, $N_{3bp}(12) = 1508$. $M_{td}(12) = 244$, $M_{3bp}(12) = 728$.

б) Рассмотрим многогранник, вершины которого лежат в центрах атомов, расположенных в вершинах нанокластера с ребром, на которое приходится n атомов металла. Обозначим длину ребра такого многогранника как a . Тогда $a = 2r(n-1)$, где r – радиус атома металла.

Тогда диаметр сферы, ограничивающей нанокластер в форме тетраэдра, равен:

$$D_{td} = 2R_{td} + 2r = 2 \cdot \sqrt{6}/4 \cdot a + 2r = \sqrt{6} r(n-1) + 2r$$

Диаметр сферы, ограничивающей нанокластер в форме равносторонней удлинённой треугольной бипирамиды, в свою очередь, равен сумме высот равносторонней треугольной призмы и двух высот тетраэдров:

$$D_{3bp} = a + 2 \cdot \sqrt{6}/3a + 2r = 2r(n-1) + 2 \cdot \sqrt{6}/3 \cdot 2r(n-1) + 2r = 2rn + 4 \cdot \sqrt{6}/3r(n-1)$$

Максимальным из найденных значений является $n = 12$ ($12 > 2$).

Размер нанокластера в форме тетраэдра составляет:

$$D_{td} = \sqrt{6} \cdot 0,144 \cdot 11 + 2 \cdot 0,144 = 4,168 \text{ нм.}$$

Размер нанокластера в форме удлинённой треугольной бипирамиды составляет:

$$D_{3bp} = 2 \cdot 0,144 \cdot 12 + 4 \cdot \sqrt{6}/3 \cdot 0,144 \cdot 11 = 8,483 \text{ нм.}$$

Решение задачи 7. Рекордный каркас (20 баллов)

1. Запишем теорему Эйлера для выпуклых многогранников:

$$V - E + F = 2,$$

где для многогранника, составленного из треугольников и квадратов, сходящихся в каждой вершине по четыре,

$$\text{число вершин } V = 3/4F_3 + 4/4F_4,$$

$$\text{число ребер } E = 3/2F_3 + 4/2F_4 = 2V,$$

$$\text{число граней } F = F_3 + F_4.$$

Тогда

$$3/4F_3 + 4/4F_4 - 3/2F_3 - 4/2F_4 + F_3 + F_4 = 2$$

$$1/4F_3 = 2$$

$$F_3 = 8$$

Выведем из формулы Эйлера значение **F** и запишем его через параметры (**a**, **b**) для каркаса:

$$F = 2 - V + E = 2 - V + 2V = 2 + V$$

$$F = 2 + M = 2 + 6(a^2 + b^2)$$

Тогда

$$F_4 = F - F_3 = 2 + M - 8 = M - 6 = 6(a^2 + b^2) - 6.$$

- а) Самая маленькая МОКС задается коэффициентами (1,0), что соответствует **M** = 6. Число органических «мостиков» в структуре любой МОКС равно числу ребер соответствующего ей многогранника (поскольку в каждой вершине сходится по четыре ребра и каждое из этих ребер приходится на две вершины, то число ребер в два раза превышает число вершин):

$$L = 2M = 12,$$

$$F_3 = 8,$$

$$F_4 = M - 6 = 6 - 6 = 0.$$

Многогранник, имеющий 6 вершин, 12 ребер и 8 треугольных граней, сходящихся в вершинах по 4, – это октаэдр.

- б) Для многогранника, в котором все треугольные грани имеют попарно общие вершины, общее число вершин равно **M** = $8 \cdot 3/2 = 12$ (каждая из восьми треугольных граней имеет 3 вершины, но каждая из этих вершин принадлежит одновременно двум треугольным граням). Это отвечает уравнению $a^2 + b^2 = 2$, которое имеет только одно решение в целых неотрицательных числах, (1,1).

$$L = 2M = 24,$$

$$F_3 = 8,$$

$$F_4 = M - 6 = 12 - 6 = 6.$$

Многогранник, составленный из 8 треугольников и 6 квадратов и имеющий 12 вершин и 24 ребра, сходящихся в вершинах по 4, – это кубookтаэдр.

- в) Для многогранника, в котором треугольные грани разделены между собой, общее число вершин равно **M** = $8 \cdot 3 = 24$ (каждая из восьми треугольных граней имеет 3 вершины, треугольники не имеют общих вершин). Это отвечает уравнению $a^2 + b^2 = 4$, которое (с точностью до перестановки) имеет только одно решение в целых неотрицательных числах, (2,0).

$$L = 2M = 48,$$

$$F_3 = 8,$$

$$F_4 = M - 6 = 24 - 6 = 18.$$

2. По условию, общее число элементов в рекордном каркасе $M + L = 144$.

Поскольку $L = 2M$, то число атомов металла составляет $M = 144/3 = 48$. Это отвечает уравнению $a^2 + b^2 = 8$, которое имеет только одно решение в целых неотрицательных числах, (2,2).

$$L = 2M = 96,$$

$$F_3 = 8,$$

$$F_4 = M - 6 = 48 - 6 = 42.$$

3. Запишем теорему Эйлера для выпуклых многогранников:

$$V - E + F = 2,$$

где для многогранника, составленного из треугольников, квадратов и пятиугольников, сходящихся в каждой вершине по четыре,

$$\text{число вершин } V = 3/4F_3 + 4/4F_4 + 5/4F_5,$$

$$\text{число ребер } E = 3/2F_3 + 4/2F_4 + 5/2F_5 = 2V,$$

$$\text{число граней } F = F_3 + F_4 + F_5.$$

Тогда

$$3/4F_3 + 4/4F_4 + 5/4F_5 - 3/2F_3 - 4/2F_4 - 5/2F_5 + F_3 + F_4 + F_5 = 2$$

$$1/4F_3 - 1/4F_5 = 2$$

$$F_3 = F_5 + 8$$

Поскольку все вершины одинаковы, то условие «в каждой вершине сходятся одна треугольная, две квадратные и одна пятиугольная грань» можно записать как

$$3F_3:4F_4:5F_5 = 1:2:1.$$

Откуда следует, что

$$3F_3 = 5F_5$$

$$3(F_5 + 8) = 5F_5$$

$$F_5 = 12.$$

По условию, общее число элементов в МОКС-II-144 равно $M + L = 144$. Поскольку $L = 2M$, то число атомов металла составляет $M = 144/3 = 48$.

Тогда

$$L = 2M = 96.$$

Поскольку, как найдено ранее, $F_5 = 12$, то

$$F_3 = F_5 + 8 = 12 + 8 = 20.$$

В свою очередь,

$$F_4 = F - F_3 - F_5 = 2 - V + 2V - 2F_5 - 8 = V - 2F_5 - 6 = 48 - 2 \cdot 12 - 6 = 18.$$

4. Оценим максимально возможную длину ребра многогранника **a**, равную длине органического «мостика», исходя из следующих предположений:

- размер каркасной структуры **d** равен диаметру сферы, описанной вокруг него;
- площадь поверхности многогранника не превышает площадь описанной сферы.

Следовательно, приравняв эти площади друг к другу, мы получим оценку «сверху».

Площадь поверхности многогранника, отвечающего МОКС-144, равна

$$S_1 = F_3 S_{\Delta} + F_4 S_{\Delta} = 8a^2 \sqrt{3}/4 + 42a^2 = (2\sqrt{3} + 42)a^2.$$

Площадь поверхности сферы радиуса **d** составляет

$$S_2 = \pi d^2.$$

Приравнявая площади, получаем

$$(2\sqrt{3} + 42)a^2 = \pi d^2,$$

что отвечает

$$a = \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}+42}} d$$

Следовательно, длина органического «мостика» не превышает

$$a = \sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}+42}} \cdot 7 \approx \sqrt{0,07} \cdot 7 \approx 0,26 \cdot 7 = 1,82 \text{ нм.}$$

Решение задачи 8. Самосборка молекулярных треугольников (20 баллов)

1.

Поколение	0	1	2	3
ВРyВ	3	6	15	42
L-Trp	3	9	27	81

2. $N_{L-Трп} = 3^{n+1}$.

В случае с ВРyВ пошагово проанализируем то, как меняется его количество от поколения к поколению:

$$A = 0, N_{ВРyВ}(0) = 3 = 3$$

$$A = 1, N_{ВРyВ}(1) = 6 = 3 \cdot 2 = 3 \cdot (3 - 1) = 3 \cdot (N_{ВРyВ}(0) - 1) = 3^2 - 3^1$$

$$A = 2, N_{ВРyВ}(2) = 15 = 3 \cdot 5 = 3 \cdot (6 - 1) = 3 \cdot (N_{ВРyВ}(1) - 1) = 3 \cdot (3 \cdot (3 - 1) - 1) = 3^3 - 3^2 - 3^1$$

$$A = 3, N_{ВРyВ}(3) = 42 = 3 \cdot 14 = 3 \cdot (15 - 1) = 3 \cdot (N_{ВРyВ}(2) - 1) = 3 \cdot (3 \cdot (3 \cdot (3 - 1) - 1) - 1) = 3^4 - 3^3 - 3^2 - 3^1$$

Следовательно, для произвольного n ,

$$N_{ВРyВ}(n) = 3^{n+1} - \sum^n 3^x = 3^{n+1} - 1,5(3^n - 1) = 1,5(3^n + 1).$$

3.

a)

$$N_{L-Трп}(0):N_{ВРyВ}(0) = 3:3 = 1:1,$$

$$N_{L-Трп}(1):N_{ВРyВ}(1) = 9:6 = 3:2,$$

$$N_{L-Трп}(2):N_{ВРyВ}(2) = 27:15 = 9:5.$$

б)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1}}{1,5(3^n + 1)} = 2,$$

$$\text{тогда } N_{L-Трп}(n):N_{ВРyВ}(n) = 2:1.$$

4. $N_{L-Трп}(x) + N_{ВРyВ}(x) = 3^{x+1} + 1,5(3^x + 1) = 4,5 \cdot 3^x + 1,5$ и $N_{L-Трп}(x) + N_{ВРyВ}(x) = 1095$

$$4,5 \cdot 3^x + 1,5 = 1095$$

$$3^x = 243$$

$$x = \log_3 243 = 5.$$

5. Поскольку искомая биомолекулярная структура является, как найдено ранее, треугольником Серпинского 5-го поколения, то длину его ребра можно оценить как $2^5 = 32$ длины ребра треугольника Серпинского нулевого поколения, то есть, $L = 64$ нм.

Диаметр окружности, описанной вокруг равностороннего треугольника со стороной L , равен

$$D = 2L/\sqrt{3} \approx 75 \text{ нм}.$$

В свою очередь, длина ребра центральной полости треугольника Серпинского 5-го поколения составляет $2^4 = 16$ длин ребер треугольника Серпинского нулевого поколения, то есть, $L_2 = 32$ нм.

Диаметр окружности, вписанной в равносторонний треугольник со стороной L_2 , равен

$$d = L_2/\sqrt{3} \approx 19 \text{ нм.}$$



Химия. Заключительный этап

Комплекс предметов

Категория участников: школьники 7-11 классов

Задания заключительного этапа XVI Всероссийской Олимпиады "Нанотехнологии - прорыв в будущее!" по химии. Задачи 1-5 – простые, задачи 6-8 – сложные.

Задания

1. Легированные пленки

2. Нановолокна из солей кальция

3. Реакция Сабатье

4. Композитные аэрогели

5. Кубические нанокристаллы

6. Благородная шпинель

7. Фотоэлектрохимическое разложение воды

8. Взаимодействие белка с наночастицами

ВСЕ ЗАДАЧИ СОБРАНЫ В ОДНОМ ФАЙЛЕ (справочные материалы - таблица Менделеева и таблица растворимости - приведены в конце файла):



Химия для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап)
Вариант II

Задача 1. Легированные пленки (8 баллов)

Уникальными электрическими и оптическими свойствами пленок диоксида ванадия VO_2 можно управлять путем введения добавок других оксидов, например, TiO_2 . При легировании образуются твердые растворы состава $\text{V}_x\text{Ti}_y\text{O}_2$.

1. Выразите y через x . **(2 балла)**
2. Найдите значение x , если пленка содержит 55,48 % ванадия по массе. Приведите расчет. Используйте значения $A_r(\text{V}) = 50,94$, $A_r(\text{Ti}) = 47,90$. **(6 баллов)**

Задача 2. Нановолокна из солей кальция (8 баллов)

Биосовместимые волокнистые материалы были приготовлены из суспензии, содержащей поливиниловый спирт $(\text{C}_2\text{H}_4\text{O})_n$ (молекулярная масса 143 тыс. а.е.м.), гидрофосфат кальция CaHPO_4 и карбонат кальция CaCO_3 .

1. Рассчитайте степень полимеризации поливинилового спирта n . **(2 балла)**
2. Найдите мольное соотношение гидрофосфата и карбоната кальция в материале, если на его изготовление израсходовано 35 мл 1 М раствора ацетата кальция $(\text{CH}_3\text{COO})_2\text{Ca}$, 40 мл 0,5 М раствора карбоната аммония $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$ и X мл 0,3 М раствора гидрофосфата аммония $(\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4$. **(4 балла)**
3. Найдите X (подтвердите расчетом). **(2 балла)**

Задача 3. Реакция Сабатье (8 баллов)

Реакцией Сабатье называют полное восстановление углекислого газа водородом до метана. Применение нанокompозитных металлооксидных катализаторов позволяет осуществлять эту реакцию с высокой скоростью и селективностью. Последнюю величину определяют как мольную долю метана среди всех органических продуктов реакции.

1. Запишите уравнение реакции Сабатье. **(1 балл)**
1. Какие еще молекулярные продукты восстановления, содержащие один атом углерода, могут образоваться в реакции между углекислым газом и водородом? Напишите их формулы и укажите степень окисления углерода в них. **(2 балла)**
2. При каталитическом восстановлении углекислого газа образовалась смесь метана и формальдегида CH_2O , которая равна по плотности аммиаку. Рассчитайте селективность реакции по метану. **(5 баллов)**

Задача 4. Композитные аэрогели (8 баллов)

Аэрогели SiO_2 , содержащие наночастицы серебра, имеют разнообразные потенциальные применения. Коллоидные растворы серебра получают восстановлением AgNO_3 глюкозой $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$, а коллоидные растворы SiO_2 – гидролизом тетраэтоксисилана (ТЭС) $\text{Si}(\text{OC}_2\text{H}_5)_4$ в присутствии HCl . В процессе получения аэрогелей из этих веществ новых химических превращений не происходит.

1. Напишите уравнения описанных выше реакций. Считайте, что молекула глюкозы при окислении присоединяет один атом кислорода. **(4 балла)**

Для синтеза использовано 15 мл 0,05 М раствора AgNO_3 и 8,0 мл ТЭС (плотность 0,94 г/мл).

2. Сколько атомов кремния приходится на один атом серебра в полученном аэрогеле? Считайте, что в процессе синтеза потерь серебра и кремния не было. Приведите расчет. **(4 балла)**

Задача 5. Кубические нанокристаллы (8 баллов)

В результате взаимодействия хлорида индия InCl_3 и нитрида лития Li_3N в толуоле при повышенной температуре были синтезированы полупроводниковые кубические нанокристаллы размером 12 нм и плотностью 6,9 г/см³.

1. Определите состав полупроводниковых нанокристаллов и напишите уравнение реакции их синтеза. **(2 балла)**
1. Почему в качестве растворителя был использован толуол, а не вода? Ответ обоснуйте, приведя уравнение химической реакции. **(3 балла)**
2. Определите число нанокристаллов, суммарная масса которых равна 2 мкг. **(3 балла)**

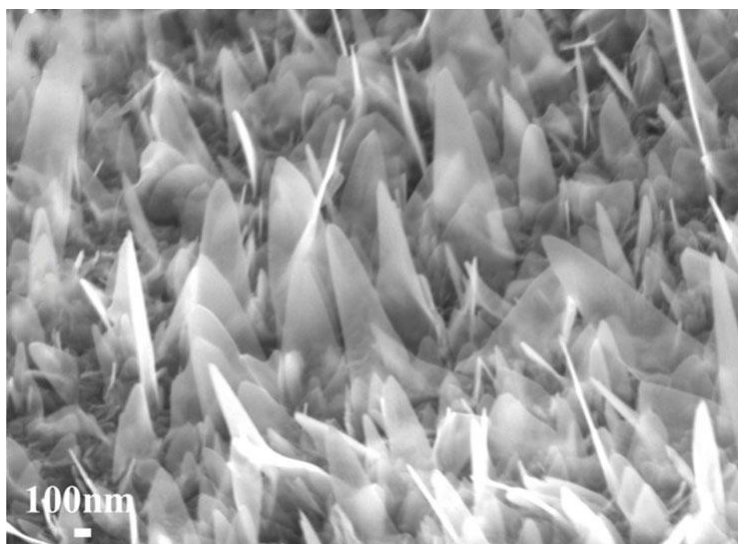
Задача 6. Благородная шпинель (20 баллов)

Для синтеза приготовили водный раствор, содержащий 5,00 г нитрата двухвалентного металла **A**, 14,36 г нитрата трёхвалентного металла **B**, взятых в стехиометрическом соотношении, и 40,0 г лимонной (3-гидрокси-3-карбоксипентандиовой) кислоты $C_6H_8O_7$. К полученному раствору прибавили избыток концентрированной азотной кислоты и прокипятили при постоянном перемешивании до полного испарения воды. В процессе кипячения исходный бесцветный прозрачный раствор загустел, превратившись в серый гель, а после окончания выделения газов и испарения остатков воды образовался серый пористый сухой продукт. В результате его отжига на воздухе при $900^\circ C$ был получен белый нанокристаллический порошок благородной шпинели **AB_2O_4** .

1. Изобразите структурную формулу лимонной кислоты и объясните её роль в описанном синтезе. **(3 балла)**
2. Определите металлы **A** и **B**, если известно, что термическое разложение нитрата металла **A** приводит к уменьшению массы навески в 3,68 раза. Ответ подтвердите расчётом. Напишите уравнение реакции разложения нитрата металла **A**. **(6 баллов)**
3. Напишите уравнение реакции, приводящей к образованию серого сухого продукта. **(2 балла)**
4. Напишите уравнение реакции, происходящей при отжиге и приводящей к образованию наночастиц **AB_2O_4** . **(2 балла)**
5. Чем обусловлена серая окраска геля и пористого продукта до отжига? **(2 балла)**
6. Почему он обесцвечивается в результате отжига? Напишите уравнение реакции. **(2 балла)**
7. Рассчитайте массу синтезированного нанокристаллического порошка благородной шпинели. **(3 балла)**

Задача 7. Фотоэлектрохимическое разложение воды (20 баллов)

Разложение воды на простые вещества может происходить под действием солнечного излучения. В одной из публикаций, появившейся в Nature в 2020 г, в качестве электродного материала для такого процесса были предложены пластинки из простого вещества **Y**, на поверхности которых находятся нанопроволоки **X** (см. фото).



Материал **X** получают нагреванием пластины **Y** в атмосфере газа **Z** (*реакция 1*). Для получения пластины вещества **Y** высокой чистоты поступают следующим образом. Порошок **Y**, содержащий примеси, нагревают под давлением в атмосфере газа **M**. При этом образуется желто-оранжевая жидкость **N**, разложением которой получают вещество **Y**, не содержащее примесей (*реакция 2*). Масса образующегося **Y** меньше массы **N** в 3,51 раза. Если же нагревание **N** проводить в атмосфере кислорода (*реакция 3*), то образуется вещество **X**, масса которого меньше массы **N** в 2,45 раза.

Вещество **Y** нагревают в атмосфере аргона до плавления и получают слиток. Газ **M** в лаборатории получают действием на одну из органических кислот концентрированной серной кислоты (*реакция 4*). Газ **Z** по одному из способов в лаборатории можно получить действием на гипохлорит натрия раствором пероксида водорода (*реакция 5*). Выделяющийся при этом газ для очистки пропускают через раствор гидроксида натрия.

1. Установите формулы веществ **X**, **Y**, **Z**, **M**, **N**. Ответ подтвердите расчётом. Запишите уравнения реакций 1-5. **(10 баллов)**
2. Объясните, почему нанопроволоки быстрее образуются на тех участках поверхности **Y**, которые были процарапаны напильником. **(1 балл)**
3. Запишите уравнения реакций, протекающих при взаимодействии **X** с соляной кислотой, водным раствором иодоводорода, при спекании с порошком карбоната бария. **(6 баллов)**
4. От какого вещества очищают газ **Z** пропусканием через раствор щелочи? Напишите уравнение возможной реакции. **(3 балла)**

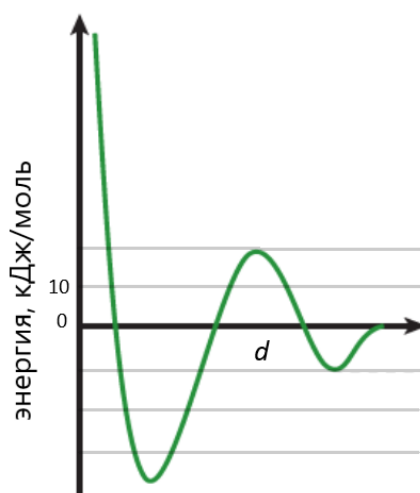
Задача 8. Взаимодействие белка с наночастицами (20 баллов)

Наночастицы широко применяются в биомедицине. Их можно использовать для детектирования молекулярных биомаркеров, доставки лекарственных препаратов, терапии некоторых заболеваний. Первое, с чем сталкиваются наночастицы, попадая в организм, это – белки, которые представляют собой самый распространенный класс биологически активных веществ в живых организмах. Белки составляют около 75% массы твердых веществ организма и 90% массы твердых веществ крови. Поэтому очень важно понимать, как наночастицы взаимодействуют с белками. Основной белок крови человека – сывороточный альбумин. Его молекулярная масса – около 65 тыс. а.е.м., изоэлектрическая точка $pI = 4.7$.

1. Используя свои базовые знания по биологии, оцените общую массу белков в организме среднего человека и в крови среднего человека. Примите, что содержание воды в крови – 98% по массе. **(2 балла)**
2. Оцените (с точностью одна значащая цифра) число аминокислотных остатков в альбумине и радиус его молекулы (в нанометрах или ангстремах). Примите, что молекула имеет сферическую форму, а плотность белкового вещества близка к плотности воды. **(4 балла)**
3. К каким наночастицам – положительно заряженным, отрицательно заряженным или нейтральным альбумин – будет лучше притягиваться в растворе с $pH = 7$? Объясните. **(2 балла)**

С помощью спектроскопических методов было изучено взаимодействие наночастиц золота диаметром 10 нм с альбумином. Оказалось, что в течение 24 ч молекулы альбумина образуют на поверхности золота устойчивую «корону», которая сохраняется даже при центрифугировании. Диаметр частицы с короной равен 16 нм.

4. Сколько слоев образует альбумин на поверхности наночастицы золота? **(2 балла)**
5. Оцените, сколько молекул альбумина входит в состав белковой «короны». **(4 балла)**



6. На графике выше изображена зависимость энергии системы «наночастица-белок» от расстояния d между ними. Определите, чему равны энергии активации для адсорбции белка на поверхности наночастицы и его десорбции с поверхности. Найдите теплоту (энтальпию) адсорбции. **(6 баллов)**

Периодическая система химических элементов Д.И. Менделеева

		Г р у п п ы											
		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII				
п е р и о д ы	1	1 H 1,008 Водород						(H)					2 He 4,00 Гелий
	2	3 Li 6,94 Литий	4 Be 9,01 Бериллий	5 10,81 B Бор	6 12,01 C Углерод	7 14,00 N Азот	8 16,00 O Кислород	9 19,00 F Фтор					10 Ne 20,18 Неон
	3	11 Na 22,99 Натрий	12 Mg 24,31 Магний	13 26,98 Al Алюминий	14 28,09 Si Кремний	15 30,97 P Фосфор	16 32,06 S Сера	17 35,45 Cl Хлор					18 Ar 39,95 Аргон
	4	19 K 39,10 Калий	20 Ca 40,08 Кальций	21 Sc 44,96 Скандий	22 Ti 47,90 Титан	23 V 50,94 Ванадий	24 Cr 52,00 Хром	25 Mn 54,94 Марганец	26 Fe 55,85 Железо	27 Co 58,93 Кобальт	28 Ni 58,69 Никель		
		29 63,55 Cu Медь	30 65,39 Zn Цинк	31 69,72 Ga Галлий	32 72,59 Ge Германий	33 74,92 As Мышьяк	34 78,96 Se Селен	35 79,90 Br Бром					36 Kr 83,80 Криптон
	5	37 Rb 85,47 Рубидий	38 Sr 87,62 Стронций	39 Y 88,91 Иттрий	40 Zr 91,22 Цирконий	41 Nb 92,91 Ниобий	42 Mo 95,94 Молибден	43 Tc 98,91 Технеций	44 Ru 101,07 Рутений	45 Rh 102,91 Родий	46 Pd 106,42 Палладий		
		47 107,87 Ag Серебро	48 112,41 Cd Кадмий	49 114,82 In Индий	50 118,69 Sn Олово	51 121,75 Sb Сурьма	52 127,60 Te Теллур	53 126,90 I Иод					54 Xe 131,29 Ксенон
	6	55 Cs 132,91 Цезий	56 Ba 137,33 Барий	57 La* 138,91 Лантан	72 Hf 178,49 Гафний	73 Ta 180,95 Тантал	74 W 183,85 Вольфрам	75 Re 186,21 Рений	76 Os 190,2 Осмий	77 Ir 192,22 Иридий	78 Pt 195,08 Платина		
		79 196,97 Au Золото	80 200,59 Hg Ртуть	81 204,38 Tl Таллий	82 207,2 Pb Свинец	83 208,98 Bi Висмут	84 [209] Po Полоний	85 [210] At Астат					86 Rn [222] Радон
	7	87 Fr [223] Франций	88 Ra 226 Радий	89 Ac** [227] Актиний	104 Rf [261] Резерфордий	105 Db [262] Дубний	106 Sg [266] Сиборгий	107 Bh [264] Борий	108 Hs [269] Хассий	109 Mt [268] Мейтнерий	110 Ds [271] Дармштадтий		
		111 [280] Rg Рентгений	112 [285] Cn Коперниций	113 [286] Nh Нихоний	114 [289] Fl Флеровий	115 [290] Mc Московский	116 [293] Lv Ливерморий	117 [294] Ts Теннесси					118 Og [294] Оганесон

* Лантаноиды

58 Ce 140 Церий	59 Pr 141 Празеодим	60 Nd 144 Неодим	61 Pm [145] Прометий	62 Sm 150 Самарий	63 Eu 152 Европий	64 Gd 157 Гадолиний	65 Tb 159 Тербий	66 Dy 162,5 Диспрозий	67 Ho 165 Гольмий	68 Er 167 Эрбий	69 Tm 169 Тулий	70 Yb 173 Иттербий	71 Lu 175 Лютеций
------------------------------	----------------------------------	-------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------	--------------------------------	----------------------------------	-------------------------------	------------------------------------	--------------------------------	------------------------------	------------------------------	---------------------------------	--------------------------------

** Актиноиды

90 Th 232 Торий	91 Pa 231 Протактиний	92 U 238 Уран	93 Np 237 Нептуний	94 Pu [244] Плутоний	95 Am [243] Америций	96 Cm [247] Кюрий	97 Bk [247] Берклий	98 Cf [251] Калифорний	99 Es [252] Эйнштейний	100 Fm [257] Фермий	101 Md [258] Менделеев	102 No [259] Нобелий	103 Lr [262] Лоуренсий
------------------------------	------------------------------------	----------------------------	---------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------	----------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------	----------------------------------	-------------------------------------	-----------------------------------	-------------------------------------

РАСТВОРИМОСТЬ КИСЛОТ, СОЛЕЙ И ОСНОВАНИЙ В ВОДЕ

	H ⁺	Li ⁺	K ⁺	Na ⁺	NH ₄ ⁺	Ba ²⁺	Ca ²⁺	Mg ²⁺	Sr ²⁺	Al ³⁺	Cr ³⁺	Fe ²⁺	Fe ³⁺	Mn ²⁺	Zn ²⁺	Ag ⁺	Hg ²⁺	Pb ²⁺	Sn ²⁺	Cu ²⁺
OH ⁻		P	P	P	P	P	M	H	M	H	H	H	H	H	H	—	—	H	H	H
F ⁻	P	M	P	P	P	M	H	H	H	M	H	H	H	P	P	P	—	H	P	P
Cl ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H	P	M	P	P
Br ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H	M	M	P	P
I ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	P	?	P	P	H	H	H	M	?
S ²⁻	P	P	P	P	P	—	—	—	H	—	—	H	—	H	H	H	H	H	H	H
HS ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?	?
SO ₃ ²⁻	P	P	P	P	P	H	H	M	H	?	—	H	?	?	M	H	H	H	?	?
SO ₄ ²⁻	P	P	P	P	P	H	M	P	H	P	P	P	P	P	P	M	—	H	P	P
HSO ₄ ⁻	P	P	P	P	P	?	?	?	—	?	?	?	?	?	?	?	?	H	?	?
NO ₃ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	—	P
NO ₂ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	?	?	?	?	M	?	?	?	?
PO ₄ ³⁻	P	H	P	P	—	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
HPO ₄ ²⁻	P	?	P	P	P	H	H	M	H	?	?	H	?	H	?	?	?	M	H	?
H ₂ PO ₄ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	P	?	P	P	P	?	—	?	?
CO ₃ ²⁻	P	P	P	P	P	H	H	H	H	?	?	H	—	H	H	H	H	H	?	H
HCO ₃ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	P	?	?	?	?	?	P	?	?
CH ₃ COO ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	—	P	P	—	P	P	P	P	P	—	P
SiO ₃ ²⁻	H	H	P	P	?	H	H	H	H	?	?	H	?	H	H	?	?	H	?	?
MnO ₄ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	?	?	P	?	?	?	?	?
Cr ₂ O ₇ ²⁻	P	P	P	P	P	M	P	?	H	?	?	?	P	?	?	H	H	M	?	P
CrO ₄ ²⁻	P	P	P	P	P	H	P	P	H	?	?	?	H	H	H	H	H	H	H	H
ClO ₃ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	?	P	P	P	P	P	?	P
ClO ₄ ⁻	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	?	P

«P» – растворяется (> 1 г на 100 г H₂O); «M» – мало растворяется (от 0,1 г до 1 г на 100 г H₂O);
«H» – не растворяется (меньше 0,01 г на 1000 г воды); «—» – в водной среде разлагается
«?» – нет достоверных сведений о существовании соединений

РЯД АКТИВНОСТИ МЕТАЛЛОВ / ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКИЙ РЯД НАПРЯЖЕНИЙ

Li Rb K Ba Sr Ca Na Mg Al Mn Zn Cr Fe Cd Co Ni Sn Pb (H₂) Sb Bi Cu Hg Ag Pt Au
→
активность металлов уменьшается



Химия для школьников 7 – 11 класса (заключительный этап) Вариант II. Решения

Решение задачи 1. Легированные пленки (8 баллов)

1. Степени окисления ванадия и титана – по +4, поэтому на 2 моля O(-2) суммарно приходится 1 моль Ti + V, поэтому $y = 1 - x$.
2. Возьмем 1 моль твердого раствора. Уравнение для массовой доли ванадия:

$$\frac{50,94x}{50,94x + 47,90(1-x) + 32} = 0,5548$$

откуда $x = 0,9$.

(2 балла за уравнение для массовой доли с учетом п. 1, 4 балла – правильный ответ. Бессмысленные ответы, полученные из-за ошибки в п. 1, не оцениваются).

Решение задачи 2. Нановолокна из солей кальция (8 баллов)

1. Степень полимеризации: $n = 143000 / 44 = 3250$.
2. $n(\text{Ca}) = 0,035$ моль,

$$n(\text{CaCO}_3) = n((\text{NH}_4)_2\text{CO}_3) = 0,04 \cdot 0,5 = 0,02 \text{ моль,}$$

$$n(\text{CaHPO}_4) = 0,035 - 0,02 \text{ моль} = 0,015 \text{ моль,}$$

$$n(\text{CaHPO}_4) : n(\text{CaCO}_3) = 0,015 : 0,02 = 3 : 4.$$

(Каждое действие по 1 баллу)

3. $n((\text{NH}_4)_2\text{HPO}_4) = n(\text{CaHPO}_4) = 0,015$ моль,

$$X = 0,015 / 0,3 \cdot 1000 = 50 \text{ (мл)}$$

(за X = 0,05 – 1 балл).

Решение задачи 3. Реакция Сабатье (8 баллов)

1. $\text{CO}_2 + 4\text{H}_2 = \text{CH}_4 + 2\text{H}_2\text{O}$.
2. НСООН (C^{+2}), СО (C^{+2}), $\text{Н}_2\text{СО}$ (C^0), $\text{СН}_3\text{ОН}$ (C^{-2}).

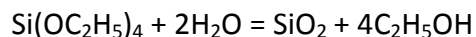
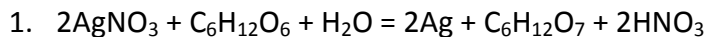
(2 балла – за 3 или 4 молекулы с правильными с.о., 1 балл – за одну или две молекулы с правильными с.о.)

3. Пусть $n(\text{CH}_4) = x$ моль, $n(\text{H}_2\text{CO}) = 1 - x$ (моль), тогда

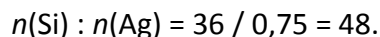
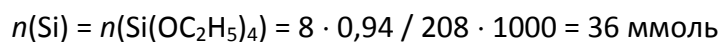
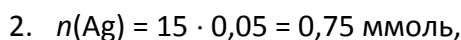
$$16x + 30(1-x) = 17$$

$x = 0.93 = 93\%$ - это и есть селективность по метану.

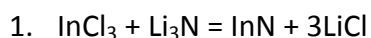
Решение задачи 4. Композитные аэрогели (8 баллов)



(по 2 балла за уравнение)

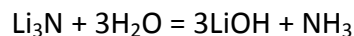


Решение задачи 5. Кубические нанокристаллы (8 баллов)



Состав полупроводниковых нанокристаллов – InN.

2. В качестве растворителя использовали неполярный толуол, чтобы не происходил гидролиз реагентов. В воде нитрид лития разлагается:



3. С одной стороны, суммарный объем нанокристаллов V равен

$$V = \frac{m}{\rho}$$

С другой стороны, объем одного кубического нанокристалла V_1 с длиной ребра a равен

$$V_1 = a^3$$

Поэтому суммарный объем N нанокристаллов равен

$$V = NV_1$$

Следовательно, число нанокристаллов равно

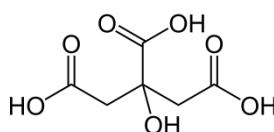
$$N = \frac{V}{V_1}$$

$$N = \frac{m}{\rho a^3}$$

$$N = \frac{2 \cdot 10^{-6} \text{ г}}{6,9 \frac{\text{г}}{\text{см}^3} \cdot (12 \cdot 10^{-7} \text{ см})^3} = 1,68 \cdot 10^{11}$$

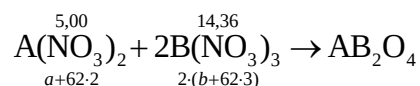
Решение задачи 6. Благородная шпинель (20 баллов)

1. Структурная формула лимонной кислоты:



Лимонная кислота координирует катионы металлов **A** и **B**, образуя устойчивые комплексные соединения. При уменьшении количества воды они, а также продукты их окисления концентрированной азотной кислотой образуют гель, при высушивании которого остаётся пористый сухой продукт. Таким образом, лимонная кислота позволяет синтезировать однородный пористый продукт.

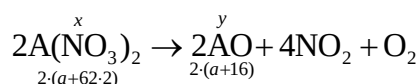
2. Конечным продуктом синтеза из нитратов металлов **A** и **B** является соединение состава **AB₂O₄**. Пусть $M(A) = a$ г/моль, а $M(B) = b$ г/моль. Тогда



$$5 \cdot 2 \cdot (b + 62 \cdot 3) = 14,36 \cdot (a + 62 \cdot 2)$$

$$b = 1,436a - 7,936$$

С другой стороны,



$$x \cdot 2 \cdot (a + 16) = y \cdot 2 \cdot (a + 62 \cdot 2)$$

$$\frac{x}{y} = \frac{a + 62 \cdot 2}{a + 16} = 3,68$$

$$3,68 \cdot (a + 16) = a + 62 \cdot 2$$

$$a = 24,3$$

Следовательно, металл **A** – это магний Mg.

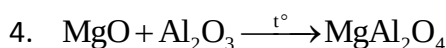
Так как молярная масса металла **B** равна

$$b = 1,436 \cdot 24,3 - 7,936 = 26,96,$$

то металл **B** – это алюминий Al.

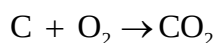
Благородная шпинель – MgAl_2O_4 .

Уравнение реакции термического разложения нитрата магния:



5. Серая окраска геля обусловлена наличием сажи, которая образуется при обугливание лимонной кислоты концентрированной азотной кислотой.

6. В процессе отжига, проходящего на воздухе, сажа выгорает, поэтому порошок обесцвечивается.



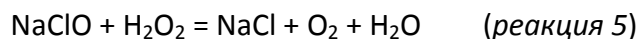
7. Количество благородной шпинели MgAl_2O_4 равно количеству нитрата магния, поэтому

$$\frac{5,00}{148,3} = \frac{z}{142,26}$$

$$z = \frac{5,00 \cdot 142,26}{148,3} = 4,8 \text{ г}$$

Решение задачи 7. Фотоэлектрохимическое разложение воды (20 баллов)

1. Из описания опытов, приведенных в условии задачи, можно предположить, что газ Z – это кислород O_2 .



Газ M – угарный газ CO. Его получают действием на муравьиную кислоту концентрированной серной кислоты



Из условий задачи можно предположить, что Y – это простое вещество, а жидкость N представляет собой карбонил металла. Запишем его формулу в виде $\text{Y}(\text{CO})_n$.

$$(M(\text{Y}) + 28n) / M(\text{Y}) = 3,51$$

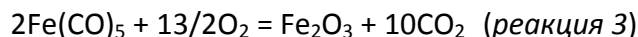
$$M(Y) = 11,16n,$$

при $n = 5$, $M(Y) = 55,8$ г/моль, $Y - Fe$, $N - Fe(CO)_5$.

При нагревании карбонил разлагается, образуется чистое железо



При разложении в атмосфере кислорода образуется оксид железа(III) Fe_2O_3 – вещество X.

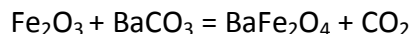
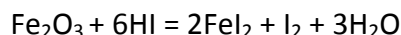
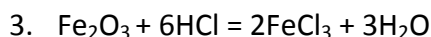


$$2M(Fe(CO)_5) / M(Fe_2O_3) = 2 \cdot 196 / 160 = 2,45$$

Образование X из Y:



2. Нанопроволоки быстрее образуются на тех участках поверхности Y, которые были процарапаны напильником, так как именно в этих местах поверхность железа не покрыта оксидной пленкой, препятствующей реакции



4. Газ Z (кислород), полученный при взаимодействии гипохлорита натрия с пероксидом водорода, пропускают через раствор гидроксида натрия для очистки от хлора.



Решение задачи 8. Взаимодействие белка с наночастицами (20 баллов)

1. Возьмем общую массу 70 кг, вычтем 65% воды, от оставшейся величины возьмем 75% и получим общую массу белков в организме:

$$m_{\text{общ}}(\text{белков}) = 70 \cdot 0,35 \cdot 0,75 = 18 \text{ кг} \quad (\text{принимается любая оценка от 15 до 25 кг})$$

Масса крови – около 5 кг, масса белков в крови:

$$m(\text{белков в крови}) = 5 \cdot 0,02 \cdot 0,9 = 0,09 \text{ кг} = 90 \text{ г} \quad (\text{принимается любая разумная оценка}).$$

(по 1 баллу за каждый правильный ответ)

2. В среднем, на один аминокислотный остаток приходится 115 ± 5 а.е.м, поэтому число аминокислотных остатков в альбумине – около $65000 / 115 \approx 570$.

$$V(\text{молекулы}) = \frac{m}{\rho} = \frac{6 \cdot 10^{23}}{1} = 1.1 \cdot 10^{-19} \text{ см}^3 = 110 \text{ нм}^3$$

$$r(\text{молекулы}) = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}} = \sqrt[3]{\frac{330}{4\pi}} = 3 \text{ нм}$$

(по 2 балла за каждый правильный ответ)

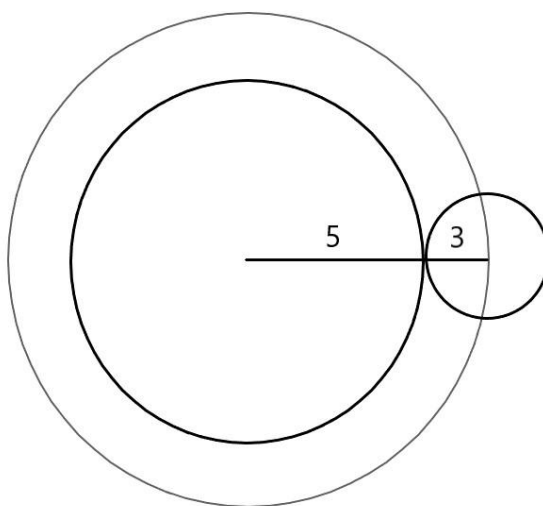
3. При $\text{pH} = 7$ среда – более щелочная, чем в изоэлектрической точке, поэтому альбумин будет заряжен отрицательно и легче будет притягиваться к положительным частицам.

(Ответ без объяснения – 1 балл).

4. Радиус молекулы альбумина – 3 нм, а диаметр – 6 нм. Толщина «короны» – 6 нм, что соответствует одному слою.

(1 балл за ответ «2 слоя», 0 баллов за ответ без обоснования)

5. Для оценки максимального числа маленьких шаров на поверхности большого шара поделим площадь сферы, проходящей через середины маленьких шаров, находящихся на поверхности, на площадь сечения молекулы альбумина по экватору. Радиус сферы равен сумме радиусов наночастицы и альбумина: $r = 5 + 3 = 8$ нм.

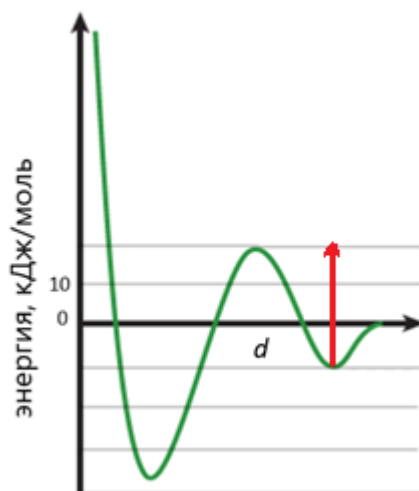


$$N(\text{альб.}) = 4\pi \cdot 8^2 / (\pi \cdot 3^2) \approx 28 \text{ молекул.}$$

Принимается любая другая разумная оценка, например, через объем поверхностного слоя, деленный на объем молекулы. Эта оценка хуже поверхностной, потому что надо учитывать, что шары не полностью заполняют пространство.

(0 баллов за ответ без обоснования)

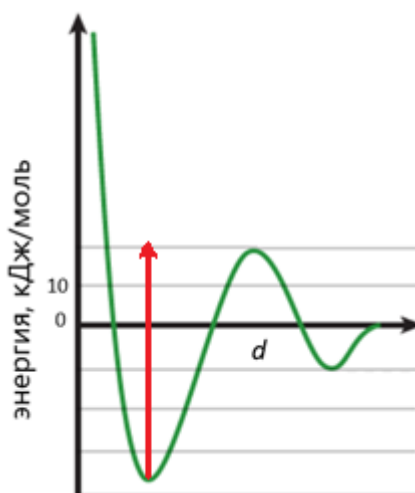
6. Адсорбция осуществляется из небольшого потенциального минимума:



Энергия активации адсорбции $E(\text{адс}) = 20 - (-10) = 30$ кДж/моль

(принимается также значение 20 кДж/моль, рассчитанное от нулевой энергии, соответствующей невзаимодействующим веществам).

Десорбция происходит из глубокого потенциального минимума:



Энергия активации десорбции $E(\text{дес}) = 20 - (-36) = 56$ кДж/моль

Теплота адсорбции: $Q = E(\text{дес}) - E(\text{адс}) = 56 - 30 = 26$ кДж/моль (принимается также значение 36 кДж/моль).

(по 2 балла за каждый правильный ответ)



Универсиада

Специальный конкурс

Категория участников: студенты, обучающиеся или закончившие обучение по образовательным программам бакалавриата, специалитета

Универсиада является уникальным конкурсом, проводимом в комплексном формате, для студентов, обучающихся или закончивших обучение по образовательным программам бакалавриата, специалитета. Конкурс рассчитан на поддержку талантливой молодежи, мотивацию дальнейшего развития научно-исследовательской карьеры, пропаганду научных знаний, активное вовлечение участников в обмен мнениями и равноправное соревнование со своими сверстниками и коллегами на международном уровне, а также предоставляет **возможность поступления в магистратуру [факультета наук о материалах МГУ](#) без экзаменов по результатам Универсиады, а также на бюджетные места магистерских программ [Научно-образовательной Школы МГУ "Будущее планеты и глобальные изменения окружающей среды"](#).**

Задание

Универсиада **по направлению подготовки 04.04.02 "Химия, физика и механика материалов"** проводится в два этапа:

1. Первый этап – **отборочный**, проводится заочно в форме исследовательского проекта (научно-исследовательской работы) с использованием дистанционных образовательных технологий в период **с 15 декабря 2021 года по 21 марта 2022 года, 23:59 московского времени**,
2. Второй этап – **заключительный**, проводится **6 апреля 2022 года** в заочной форме с использованием дистанционных образовательных технологий в виде собеседования.

В рамках отборочного этапа участники представляют на конкурс [заявку по форме](#) ([файл с заданием ниже](#)). Заявка должна содержать не только краткое изложение своих научных достижений, реальной научно-исследовательской работы или цикла работ (*часть А, автореферат работы*), но и краткое научно-популярное изложение результатов (*часть Б, популярное эссе*).

Победители и призеры отборочного этапа будут приглашены на заключительный этап.

[Положение об Универсиаде "Ломоносов"](#)

[Положение об апелляциях на результаты Универсиады "Ломоносов"](#)

[Регламент проведения Универсиады "Ломоносов" по химии, физике и механике материалов в 2021/2022 учебном году](#)

[Страница Универсиады по направлению подготовки 04.04.02 "Химия, физика и механика материалов" на портале Ломоносов](#)

Перед отправкой заявки, пожалуйста, внимательно ознакомьтесь с [инструкцией по загрузке работ](#).



Универсиада Форма заявки

Заявка предоставляется в виде автореферата научной работы (Часть А) и популярное эссе по работе (Часть Б). Форматирование всех частей текста – размер шрифта 12 pt (Arial, Times New Roman, Calibri и др.), одинарный межстрочный интервал, одна колонка, лист формата А4, отступы по 2 см от всех краев листа. Иллюстрации в разрешении 150 – 200 dpi необходимо вставлять непосредственно в нужное место текста (режим обтекания – «в тексте», in line with text, формат рисунка – сжатый JPEG, несжатые форматы могут существенно увеличить размер итогового файла). Таблицы вставлять в нужное место текста без текстовой рамки, как таблицу. Подписи рисунков снизу, таблиц – сверху. Ссылки на литературу в тексте давать в квадратных скобках [] в виде порядковых номеров сквозной нумерации, пронумерованный список литературы давать в конце части в формате “Авторы, Название статьи, Журнал, Год, том / номер, диапазон страниц.”, ссылки в виде гиперссылок допускаются. Файл – не более 10 Мб. Файл необходимо загрузить на сайт Олимпиады в раздел конкурса “Универсиада” <https://enanos.nanometer.ru/contest/74>, предварительно создав личный профиль на сайте или отредактировав (обновив) существующий.

Часть А. Автореферат работы (70 баллов)

В Части А участники должны представить краткое изложение своих научных достижений, реальной научно-исследовательской работы или цикла работ. Данная часть является важнейшей для заочной части конкурса по поступлению в бюджетную **магистратуру МГУ** в заранее заинтересовавшие участников научные группы ФНМ МГУ и новую междисциплинарную магистратуру Школы МГУ «Будущее планеты и глобальные изменения окружающей среды» для проведения научной работы и карьерного роста (для выпускников бакалавриата и специалитета – в соответствии с регламентирующими документами об Универсиаде «Ломоносов» по направлению подготовки 04.04.02 «Химия, физика и механика материалов» <https://universiade.msu.ru/rus/event/6518/>).

Структура изложения материала (объем – 10 – 15 страниц с иллюстрациями, таблицами, ссылками):

1. Название научной работы или цикла работ – **2 балла**
2. Автор(ы) (можно информационно указать соавторов и научного руководителя) – **не оценивается**
3. Научная организация, лаборатория, группа (место работы, место выполнения работы) – **не оценивается**
4. Абстракт (тезисы, 300 – 500 слов) – **5 баллов**
5. Ключевые слова (5 – 10 слов) – **1 балл**
6. Введение (1 – 2 страницы, должно содержать краткое обоснование новизны, актуальности темы, практической значимости исследования, формулировку цели и задач) – **10 баллов**
7. Экспериментальная часть / объекты, методы / подходы, используемые в работе(ах) автора (1 – 3 страницы) – **10 баллов**
8. Результаты и их обсуждение / основная часть с подразделами, которые описывают научные достижения автора, желательно в сравнении с конкурентами / другими авторами (5 – 10 страниц) – **30 баллов**

9. Выводы / заключение (1 страница) – **5 баллов**
10. Благодарность людям, фондам, программам, в которых автор принимал участие – **не оценивается**
11. Список источников, включая цитируемую литературу, а также статьи, патенты автора, ссылки на сайты автора, лаборатории и прочее – **2 балла**
12. Об авторе (краткое жизнеописание, достижения в научной области, спорте, общественной деятельности, награды, премии, личный вклад в работу, сильные стороны автора) – **5 баллов**

Часть Б. Популярное эссе (30 баллов)

Участники должны представить краткое научно-популярное изложение своих научных результатов в форме простого и понятного неспециалисту эссе. В научно-популярном эссе авторам необходимо раскрыть суть разработки и объяснить сложные аспекты своей научной работы простым языком.

Структура изложения материала (объем – не более 10 страниц с иллюстрациями, таблицами, ссылками):

Научно-популярное эссе должно быть тематически связана с Частью А и включать интересный и оригинальный заголовок, введение и другие необходимые структурные элементы. Оценивается полнота, стиль, оригинальность подачи материала, популярность изложения, самодостаточность и лаконичность. Формат и стиль изложения выбирается самим участником: очерк, научно-популярная статья, репортаж, интервью, можно изложить материал в виде тезы и антитезы, подвергнуть работу критике, а потом максимально похвалить и прочее.

Всего – 100 баллов

ENANOS.NANOMETER.RU

XVI ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА "НАНОТЕХНОЛОГИИ - ПРОРЫВ В БУДУЩЕЕ"!

Организатор



**МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ**
ИМЕНИ М.В.ЛОМОНОСОВА

Партнер

