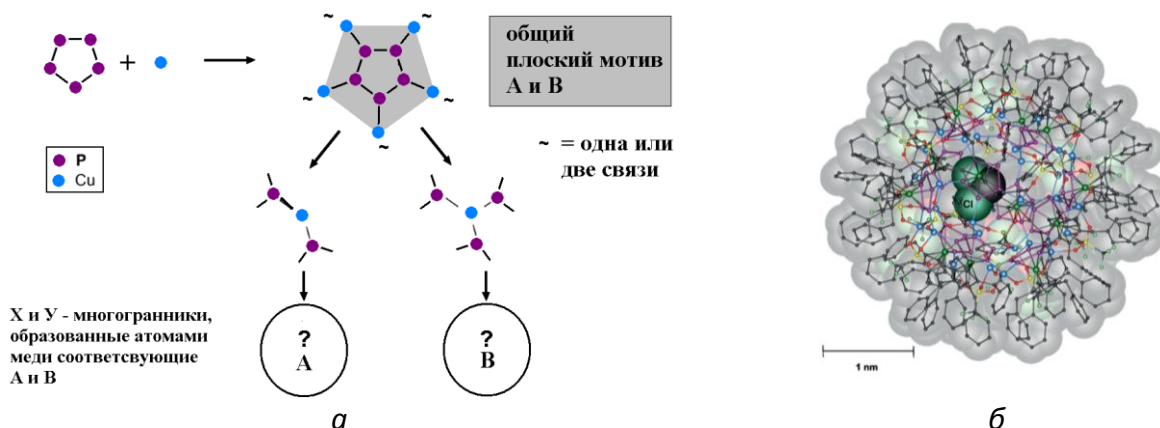


Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 9. Медно-фосфорные каркасы



*Рис. 1. а) Схема образования связей между фосфорными пятиугольниками P_5 и атомами меди Cu в каркасах **A** и **B**: каждый атом фосфора связан с 2 атомами фосфора и одним атомом меди, каждый атом меди связан с двумя (**A**) или тремя (**B**) атомами фосфора. б) Пример модели реальной супрамолекулы, основанной на таком (п. а) медно-фосфорном каркасе. В ее внутренней полости находится молекула-гость. Такие каркасные молекулы могут использоваться для хранения и доставки лекарств.*

Комбинирование пятиугольных фосфорных фрагментов P_5 с атомами меди Cu (рис. 1а) позволяет получить два типа медно-фосфорных каркасов P_nCu_m – **A** и **B**.

1. Для каждого из каркасов (**7 баллов**):

- установите соотношение атомов **n:m**;
- сколько атомов меди и фосфора содержат медно-фосфорные циклы (самые короткие замкнутые цепочки связей, содержащие медь и фосфор)?
- найдите **n** и **m**, основываясь на указанных способах объединения общего плоского мотива в составе структур каркасов и используя теорему¹ Эйлера для выпуклых многогранников;
- сколько медно-фосфорных циклов содержится в каркасе?
- в вершинах каких многогранников лежат центры пятиугольников P_5 ?

Каркасам **A** и **B** можно сопоставить многогранники **X** и **Y**, вершинами которых являются только атомы меди таких супрамолекул.

2. Установите структуры **X** и **Y** (**2 балла**):

- сколько и каких граней они содержат?
- как называются эти многогранники?

3. Для многогранника **X** можно выделить плоскости, проходящие через его центр, которые содержат более двух его вершин (**2 балла**):

- сколько вершин лежит в каждой такой плоскости?
- какую плоскую геометрическую фигуру при этом образуют эти вершины?
- сколько таких фигур можно выделить в **X**?

4. Рассчитайте размеры многогранников **X** и **Y** как диаметры описанных вокруг них сфер, если радиус атома меди составляет 0,124 нм, радиус атома фосфора 0,109 нм. **(3 балла)** Для **Y** можно воспользоваться справочной формулой.
5. При сборке каркаса **A** также был получен каркас **A'**, отличающийся от **A** тем, что часть вершин многогранника **X** вакантны – в них отсутствуют атомы меди **(3 балла)**:
- а) опишите все возможные при этом варианты расположения вакансий, если известно, что каркас **A'** обладает осью симметрии пятого порядка, а его состав совпадает с составом **B**;
- б) какие из этих структур могут соответствовать реальной молекуле? Поясните.

¹ Теорема Эйлера для выпуклого многогранника: $V - E + F = 2$, где **V**, **E**, **F** – это, соответственно, число вершин, ребер и граней.

Всего – 17 баллов