физика

Физика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 10. Автостопом на комете

1.

1) За время $t = \Delta v/a$ от момента «загарпунивания» корабль достигает скорости Δv и проходит расстояние $L_1 = at^2/2 = \Delta v^2/2a$. За это же время комета проходит расстояние $L_2 = \Delta vt = \Delta v^2/a$.

   Разность пройденных путей равна длине троса:

$$L = L_1 - L_2 = \Delta v^2/a - \Delta v^2/2a = \Delta v^2/2a.$$

$$L = \Delta v^2/2a = 7000^2/(2\cdot 10\cdot 9,8) = 250000 = 2,5\cdot 10^5 \text{ м} = \underline{\mathbf{250\ км}}$$

2) Поскольку ускорение корабля постоянно, то сила, ускоряющая корабль, составляет $F = ma$. Необходимо, чтобы трос в момент прикрепления к комете выдерживал эту силу, т.е. $F = \sigma s$. Следовательно, $ma = \sigma s$.

   Стоит отметить, что трос имеет две особых точки – точку соприкосновения с кораблем и точку крепления к комете. Силы, действующие на трос в этих точках, при выбранной схеме ускорения со временем станут меньше F (следовательно, не повлияют на выбор толщины троса). В первой точке – из-за разматывания троса и уменьшения массы корабля (т.к. ускорение корабля постоянно); во второй точке – из-за меньшего ускорения точки центра масс системы трос-корабль (т.к. точка центра масс удаляется от движущегося с постоянным ускорением корабля).

$$s = \frac{ma}{\sigma} = \frac{1000\cdot 10\cdot 9,8}{1,3\cdot 10^{11}} = 7,54\cdot 10^{-7}\text{ м}^2$$

$$s = \frac{\pi d^2}{4},\ d = \sqrt{\frac{4s}{\pi}} = \sqrt{\frac{4\cdot 7,54\cdot 10^{-7}}{3,14}} = 9,8\cdot 10^{-4}\text{ м} \approx \underline{\mathbf{1\ мм}}$$

$$m_{nt} = sL\rho = \frac{F}{\sigma}L\rho = \frac{ma}{\sigma}L\rho = \frac{1000\cdot 10\cdot 9,8\cdot 2,5\cdot 10^5\cdot 2260}{1,3\cdot 10^{11}} = \underline{\mathbf{426\ кг}}$$

2. По формуле Циолковского

$$\Delta v = I\ln\left(\frac{m}{m_2}\right) = I\ln\left(\frac{m}{m - m_{nt}}\right) = 5000\cdot\ln\left(\frac{1000}{1000-426}\right) = 2,78 \text{ км/с}$$

прирост скорости для такой же массы реактивного топлива в 7/2,78 = **<u>2,5 раза меньше</u>**. Трос из нанотрубок заметно превосходит лучшие из ракетных топлив.

3. Из $L = \Delta v^2/2a$ находим

$$\Delta v = \sqrt{2aL} = \sqrt{2L\frac{F}{m+m_{nt}}} = \sqrt{2L\frac{s\sigma}{m+m_{nt}}} = \sqrt{\frac{2m_{nt}\sigma}{\rho(m+m_{nt})}}$$

$$\lim_{\frac{m_{nt}}{m+m_{nt}}\to 1} \Delta v = \sqrt{\frac{2\sigma}{\rho}} = \sqrt{\frac{2\cdot 1{,}3\cdot 10^{11}}{2260}} = 10725 \text{ м/с} \approx \underline{\mathbf{11\ км/с}}$$

Стоит отметить, что использовавшаяся в задаче упрощенная схема ускорения корабля и нагрузки троса не оптимальна (трос только в первый момент времени испытывает натяжение близкое к максимальному). Например, рациональнее было бы использовать трос с уменьшающимся сечением, однако это заметно усложнит расчеты, приводя к качественно близкому решению.