

Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Задача 10. Изомерия икосаэдрических фуллеренов

Любой икосаэдрический фуллерен можно представить в виде «выкройки» на графеновой плоскости (рис. 1).

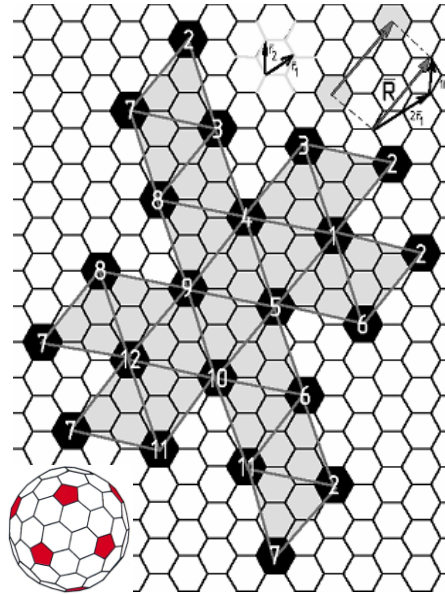


Рис. 1. Пример развертки икосаэдрического фуллерена C_{140} на графеновой плоскости ($n = 2, m = 1$); если склеить вершины треугольников с одинаковыми номерами, получится фуллерен. На графеновой плоскости отмечены единичные векторы r_1 и r_2 и показан задающий развертку вектор $\vec{R} = 2\vec{r}_1 + 1\vec{r}_2$.

Общее число атомов при этом определяется по формуле $N = 20(n^2 + nm + m^2)$, где неотрицательные числа n и m – индексы хиральности – задают радиус-вектор $\vec{R} = n\vec{r}_1 + m\vec{r}_2$, длина которого равна стороне треугольника «выкройки». Изомерными называются молекулы икосаэдрических фуллеренов, имеющие одинаковое число атомов N , но разную сумму индексов хиральности $c = n + m$.

1. Рассматривая зависимость $c(n)$ для изомеров произвольного икосаэдрического фуллерена C_N как непрерывную функцию, найдите значения c_{\min} и c_{\max} . Запишите индексы хиральности (n, m) для этих изомеров через $X = N/20$. **(7 баллов)**
Возможно ли для реального фуллерена C_N одновременное существование изомеров с суммами индексов хиральности c_{\min} и c_{\max} ? **(1 балл)**
2. Икосаэдрический фуллерен C_{242060} имеет шесть изомеров. Найдите (n, m) для изомеров C_{242060} , имеющих минимальное и максимальное значение c . Поясните логику поиска. **(8 баллов)**

В рамках задачи считайте фуллерены (n, m) и (m, n) одним и тем же изомером.

Всего – 16 баллов