

Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)

Задача 5. Полые металлические кластеры

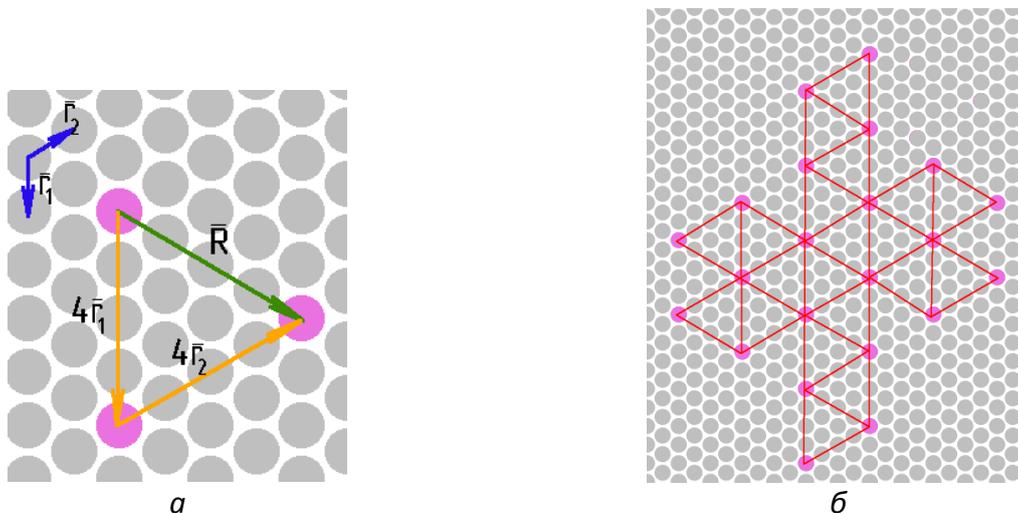


Рис. 1. Пример для $(n, m) = (4, 4)$: а) Единичные векторы r_1 и r_2 , результирующий вектор $\vec{R} = 4\vec{r}_1 + 4\vec{r}_2$. б) Развертка, задаваемая вектором \vec{R} : если вырезать по периметру фигуру развертки и, сгибая по красным линиям, склеить в замкнутую оболочку, то получится ПМК $M_{N(4,4)}$ (при этом, в местах склейки вершин атом металла вместо шести-координированного становится пяти-координированным).

Поверхность полого высоко симметричного металлического кластера (ПМК) $M_{N(n,m)}$ можно представить в виде «выкройки» из плотноупакованного листа атомов металла М. Такая «выкройка» состоит из 20 одинаковых равносторонних треугольников (рис. 1). Чтобы однозначно ее выбрать, достаточно задать относительное расположение центров двух будущих пяти-координированных атомов М на листе, которое определяется вектором $\vec{R} = n\vec{r}_1 + m\vec{r}_2$ (суммой единичных векторов с коэффициентами n и m).

1. Сколько атомов металла содержит кластер $M_{N(4,4)}$? Ответ подтвердите расчетом. **(1 балл)**
2. Форму и симметрию какого многогранника имеют кластеры $M_{N(n,m)}$? **(0,5 балла)**
3. Оцените* размер ПМК $M_{N(4,4)}$ из атомов золота радиусом 0,144 нм. **(2 балла)**
4. Сколько атомов металла $N(n,n)$ будет в ПМК $M_{N(n,n)}$ при произвольном значении n ? **(1,5 балла)** Выведите формулу количества атомов $N(n,m)$ для произвольных значений (n,m) . **(3 балла)** Сколько пяти- и шести-координированных атомов (то есть, имеющих пять и шесть соседей, соответственно) содержит такой ПМК? **(0,5 балла)**
5. Каким образом надо расположить атомы углерода относительно атомов М в ПМК, чтобы они «сложились» в фуллерен**? **(0,5 балла)** Как относительно атомов М в исходном ПМК располагаются вершины, ребра и грани такого фуллеренового многогранника? **(0,5 балла)** Найдите все значения (n,m) для ПМК, которым отвечают самый маленький фуллерен C_{20} и бакибол C_{60} . **(2,5 балла)**

* Можно воспользоваться справочными формулами.

** Фуллерен - каркасная молекула из атомов углерода, каждый из которых связан ровно с тремя соседними, а сами эти связи формируют исключительно пяти- и шестиугольные грани.

Всего – 12 баллов