



Математика для школьников 7 – 11 класса (заочный тур)
Решение задачи 10. Устойчивость магических кластеров

1.

а) $N = 561$, $M = 252$.

б) 12.

в, г) Кубооктаэдр: 4 типа

- 12 вершин: 4 соседа;
- ребра, без учета вершин: 5 соседей в слое + 2 соседа из нижележащего слоя;
- треугольная грань (вне ребер): 6 соседей в слое + 3 соседа из нижележащего слоя;
- квадратная грань (вне ребер): 4 соседа в слое + 4 соседа из нижележащего слоя.

Скошенный икосаэдр: 7 типов

- 2 вершины, в которых сходятся 5 ребер: 5 соседей в слое + 1 сосед из нижележащего слоя;
- остальные 10 вершин: 4 соседа в слое + 1 сосед из нижележащего слоя;
- 10 ребер, разделяющих два треугольника: 6 соседей в слое + 2 соседа из нижележащего слоя;
- 10 ребер, разделяющих треугольник и квадрат: 5 соседей в слое + 2 соседа из нижележащего слоя;
- 5 ребер, разделяющих два квадрата: 4 соседа в слое + 2 соседа из нижележащего слоя;
- треугольная грань (вне ребер): 6 соседей в слое + 3 соседа из нижележащего слоя;
- квадратная грань (вне ребер): 4 соседа в слое + 4 соседа из нижележащего слоя.

Кубооктаэдр:

- 1) 12 (вершины кубооктаэдра),
- 2) $24 \cdot (6 - 2) = 96$ (ребра кубооктаэдра без учета вершин),
- 3) $8 \cdot 6 = 48$ (8 треугольных граней со стороной 3),
- 4) $6 \cdot 16 = 96$ (6 квадратных граней со стороной 4).

Скошенный икосаэдр:

- 1) 12 (вершины скошенного икосаэдра),
- 2) $25 \cdot (6 - 2) = 100$ (ребра скошенного икосаэдра без учета вершин),
- 3) $10 \cdot 6 = 60$ (10 треугольных граней со стороной 3),
- 4) $5 \cdot 16 = 80$ (5 квадратных граней со стороной 4).

2. Максимальное число «соседей» составляет $561 \cdot 12 = 6732$. Поскольку число атомов, находящихся в объеме нанокластера, и, следовательно, имеющих максимально возможное окружение, для двух типов нанокластеров одинаково, то можно рассматривать только атомы поверхностного слоя, максимально возможное число «соседей» для которых равно: $252 \cdot 12 = 3024$.

Рассчитаем реальное число соседей для каждой из форм:

Кубооктаэдр:

$$12 \cdot 4 + 96 \cdot 7 + 48 \cdot 9 + 96 \cdot 8 = 1920.$$

Скошенный икосаэдр:

$$2 \cdot 6 + 10 \cdot 5 + 40 \cdot 8 + 40 \cdot 7 + 20 \cdot 6 + 60 \cdot 9 + 80 \cdot 8 = 1962.$$

1962 ближе к 3024, чем 1920.

Таким образом, более стабильной будет форма скошенного икосаэдра.

3. Длина ребра многогранника равна $L = 2a(n - 1) = 0,144 \cdot 10 = 1,44$ нм.

$$S_1 \approx 8 \cdot 0,5 \cdot 1,44^2 \sqrt{3} / 2 + 6 \cdot 1,44^2 = 19,62 \text{ нм}^2.$$

$$S_2 \approx 10 \cdot 0,5 \cdot 1,44^2 \sqrt{3} / 2 + 5 \cdot 1,44^2 = 19,34 \text{ нм}^2.$$